

Názov prednášky:

Priestorová interpolácie, vybrané interpolačné metódy

Osnova prednášky:

- Metóda prirodzeného suseda
- Bilineárna interpolácia
- Metóda inverzne váženej vzdialenosti

Odporúčaná literatúra

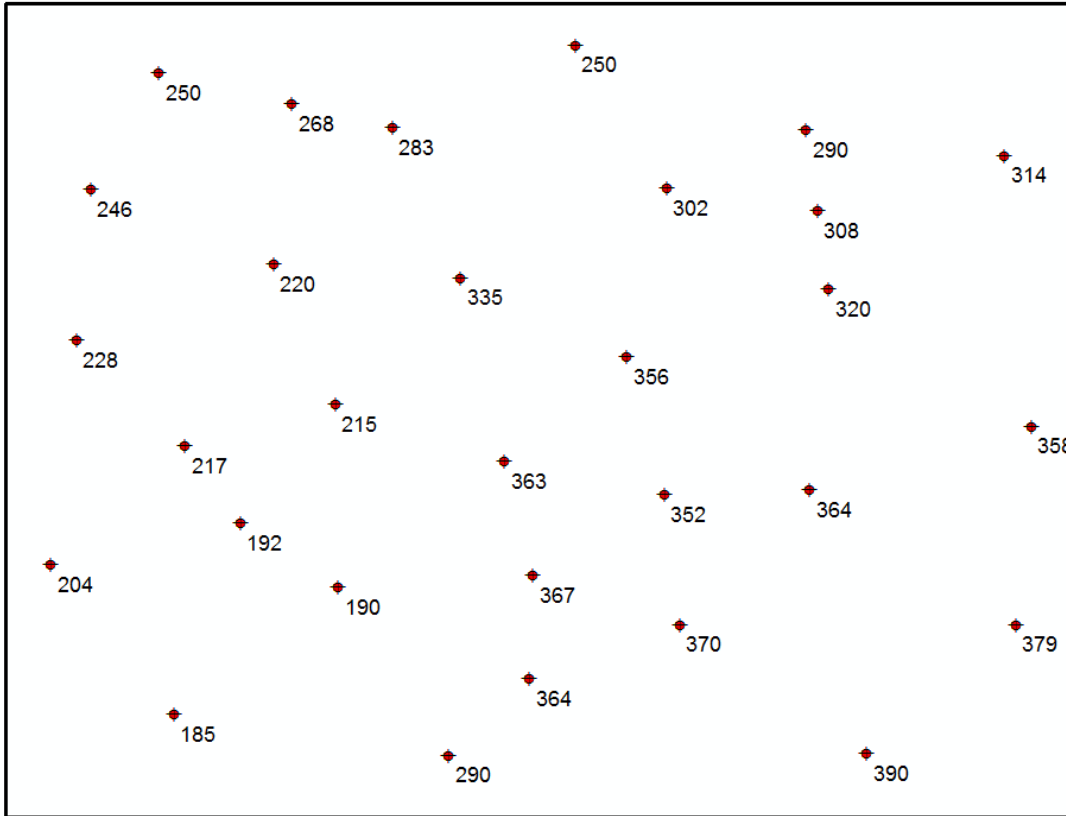
KAŇUK, J., 2015: Priestorové analýzy a modelovanie. Vysokoškolské učebné texty. Prírodovedecká fakulta UPJŠ v Košiciach, 106 s.

HLÁSNY, T., VIZI, L.: Geografické informačné systémy - priestorové analýzy. Zephyros a Národné lesnícke centrum, Zvolen, 2007.

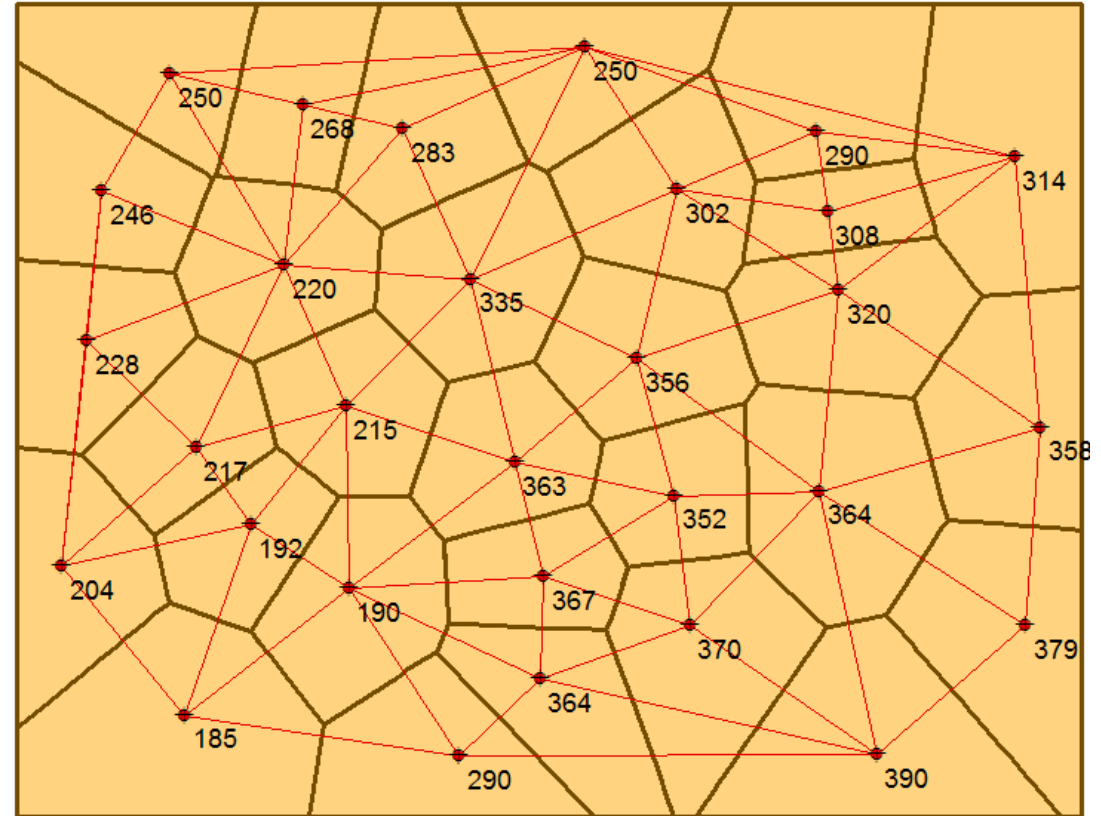
NETELER, M., MITASOVA, H.: Open Source GIS: A GRASS GIS Approach. Second Edition. Boston: Kluwer Academic Publisher, 2004.

Metóda prirodzeného suseda

- je založená na priradzovaní váh podľa veľkosti plôch Thiessenových polygónov pre určovaný bod (Sibson, 1981).
- tiež sa označuje ako Sibsonova interpolácia, alebo „area stealing“ interpolácia.
- **Prvým krokom** je tvorba trojuholníkovej siete zo vstupného bodového poľa.
 - na základe Delaunayovej triangulácie sa pomocou prienikov kolmíc na stredy strán trojuholníkov vytvoria Voroniove polygóny



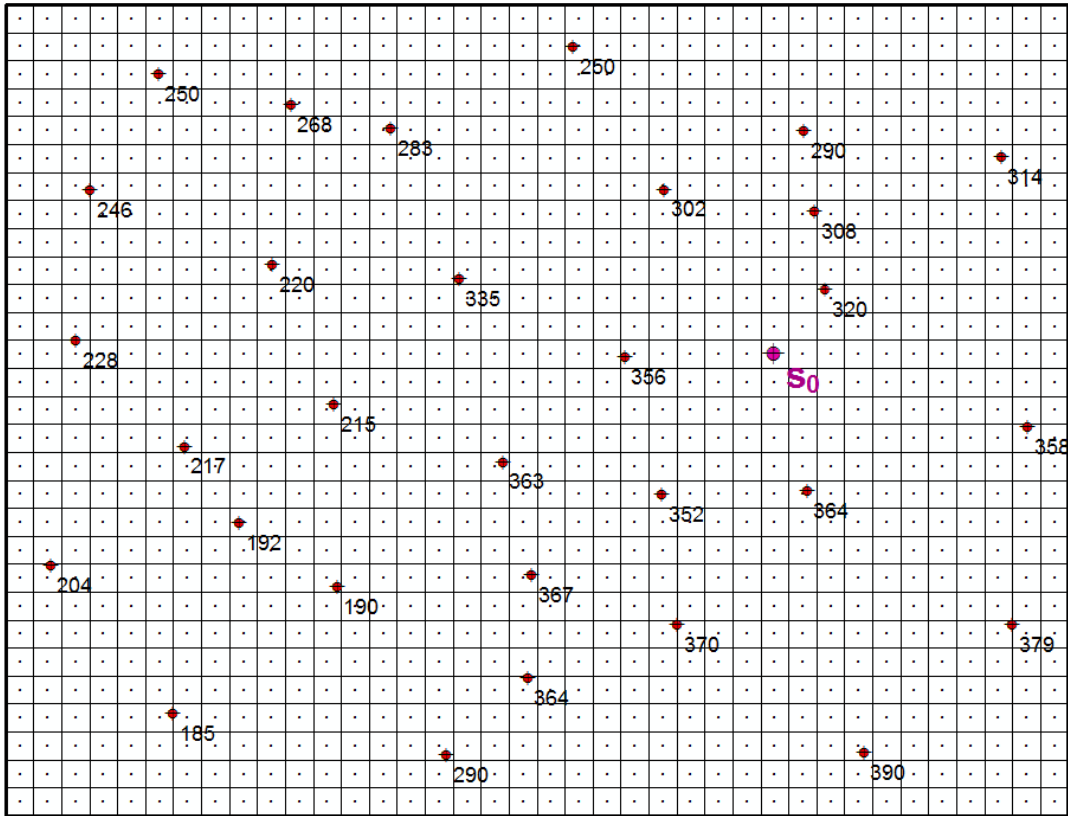
Vstupné bodové pole z hodnotami nadmorskej výšky vyjadrené v metroch nad morom



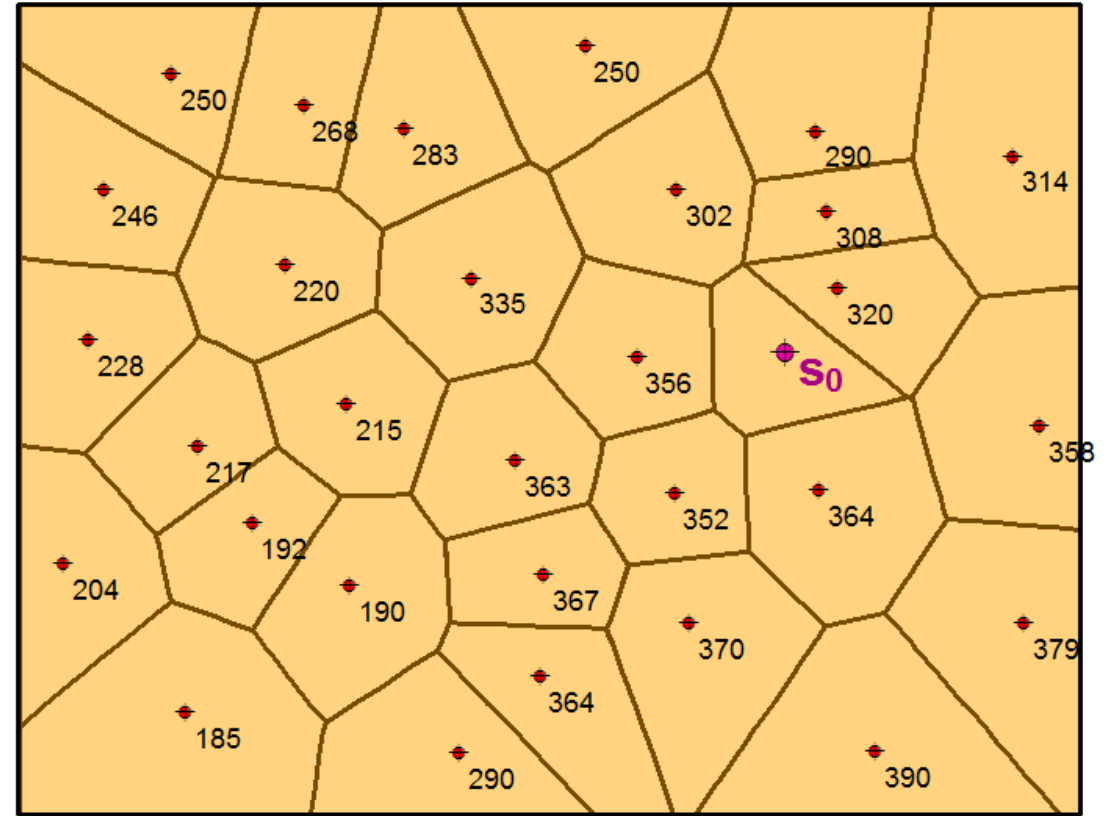
Voroniove polygóny vytvorené pomocou Delaunayovej triangulácie

Metóda prirodzeného suseda

- ďalším krokom je určovanie váh hodnôt vstupného bodového poľa.
 - určenie váh sa vypočíta tak, že do vytvorenej siete polygónov sa vloží bod, pre ktorý chceme určiť hodnotu.
 - vložení bodu sa celá sieť trojuholníkov a Voroniových polygónov prebuduje.



Grid, pre ktorý sú odhadované hodnoty z bodov vstupného bodového poľa



Prebudovaná sieť Voroniových polygón začlenením bodu s₀

Metóda prirodzeného suseda

- výsledný tvar polygónu pre určovaný bod sa naloží na pôvodnú sieť Voroniových polygónov.
- váhy hodnôt okolitých (susedných) bodov vstupného bodového poľa sa určia na základe veľkosti plôch, ktoré sú ohraničené Voroniovým polygónom vytvoreným pre určovaný bod (teda nie celá plocha pôvodných Voroniových polygónov určených pre susedné body).
- pre váhy plôch platí, že suma podielov Voroniových polygónov pre body vstupného bodového poľa sa rovná 1. Váhy hodnôt susedných známych bodov určíme nasledovne:

$$\lambda_i = \frac{pS_i}{\sum_{i=1}^n pS_i}$$

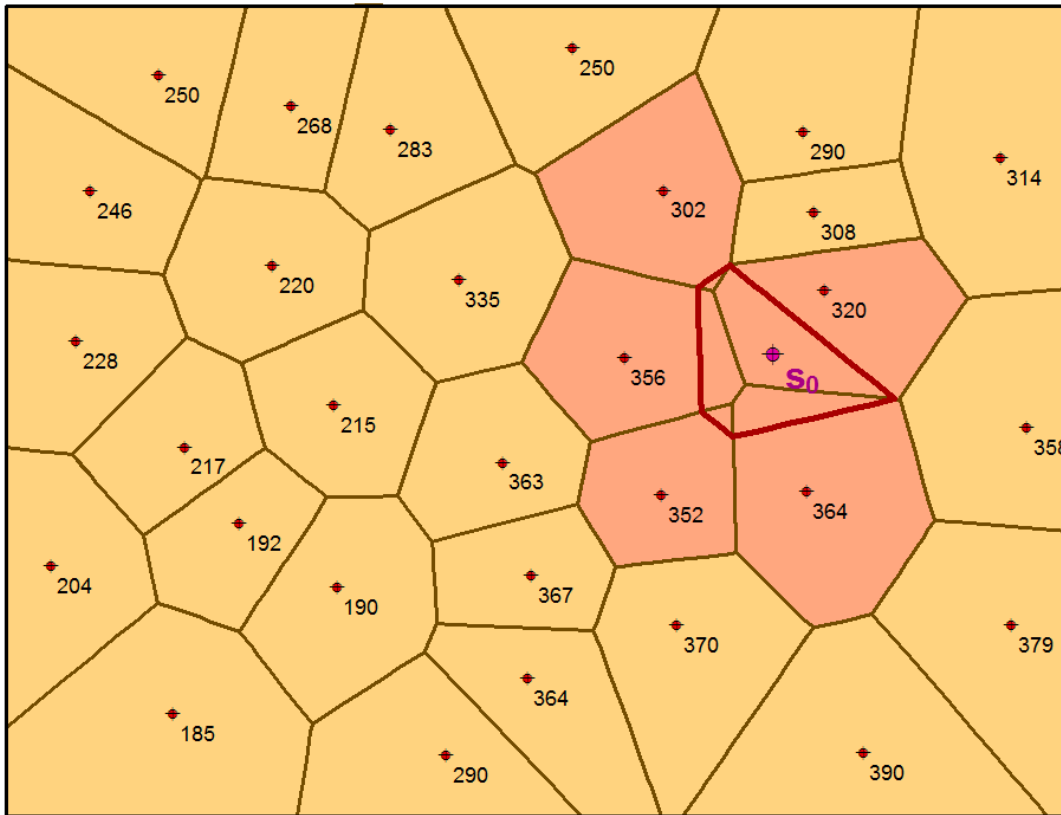
pričom platí:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

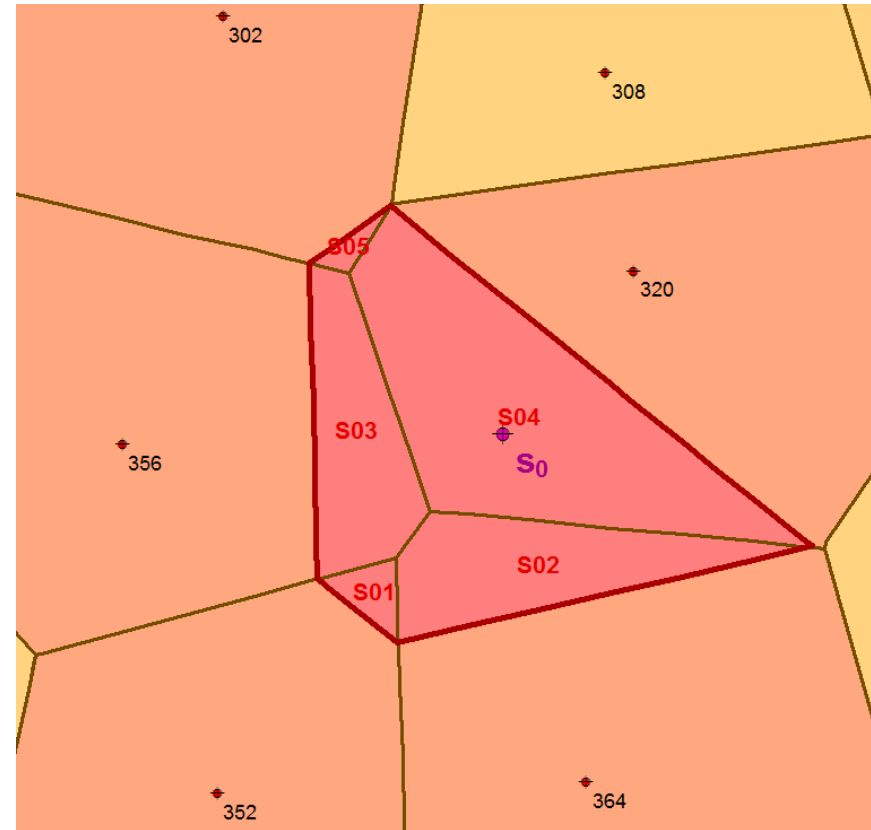
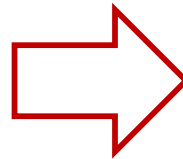
pS_i časť plochy Voroniovho polygónu
susedného bodu s_i

Metóda prirodzeného suseda

- výsledný tvar polygónu pre určovaný bod sa naloží na pôvodnú sieť Voroniových polygónov.
- váhy hodnôt okolitých (susedných) bodov vstupného bodového poľa sa určia na základe veľkosti plôch, ktoré sú ohraničené Voroniovým polygónom vytvoreným pre určovaný bod (teda nie celá plocha pôvodných Voroniových polygónov určených pre susedné body).
- pre váhy plôch platí, že suma podielov Voroniových polygónov pre body vstupného bodového poľa sa rovná 1. Váhy hodnôt susedných známych bodov určíme nasledovne:



Určenie váh pre susedné známe body.



Určenie váh pre susedné známe body – detailný pohľad.

Metóda prirodzeného suseda

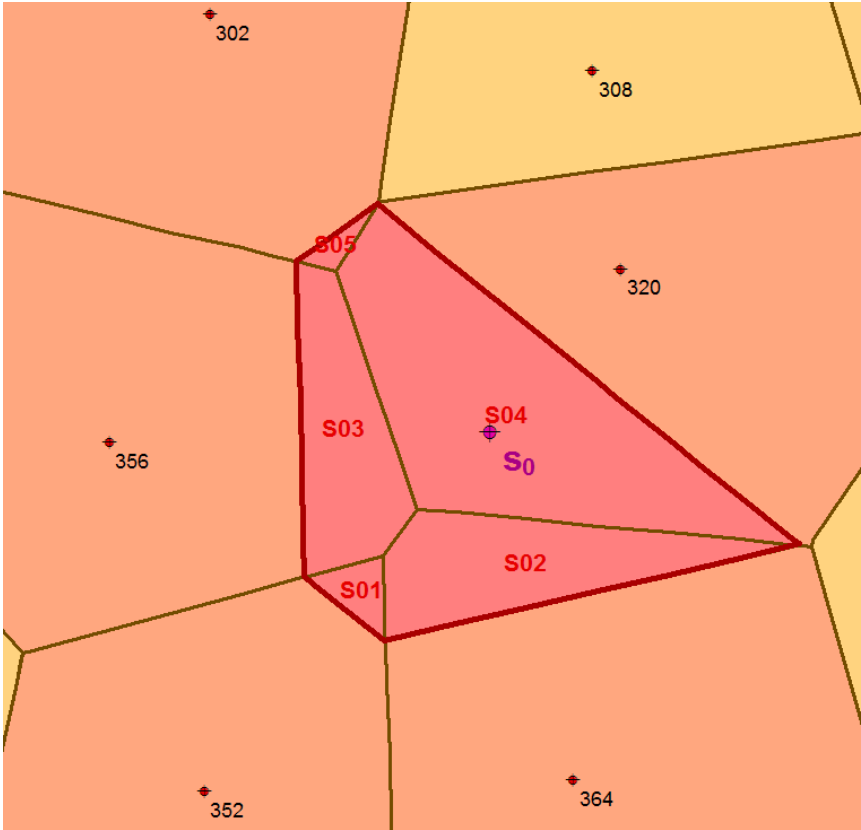
Odhadovanú hodnotu $z(s_0)$ v bode s_0 určíme na základe vzťahu:

$$z(s_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i z(s_i)$$

$z(s_i)$ – je hodnota v susednom bode

na základe určenia obsahu jednotlivých plôch môžeme vypočítať váhy susedných bodov a následne určiť odhadovanú hodnotu $z(s_0)$ v bode s_0

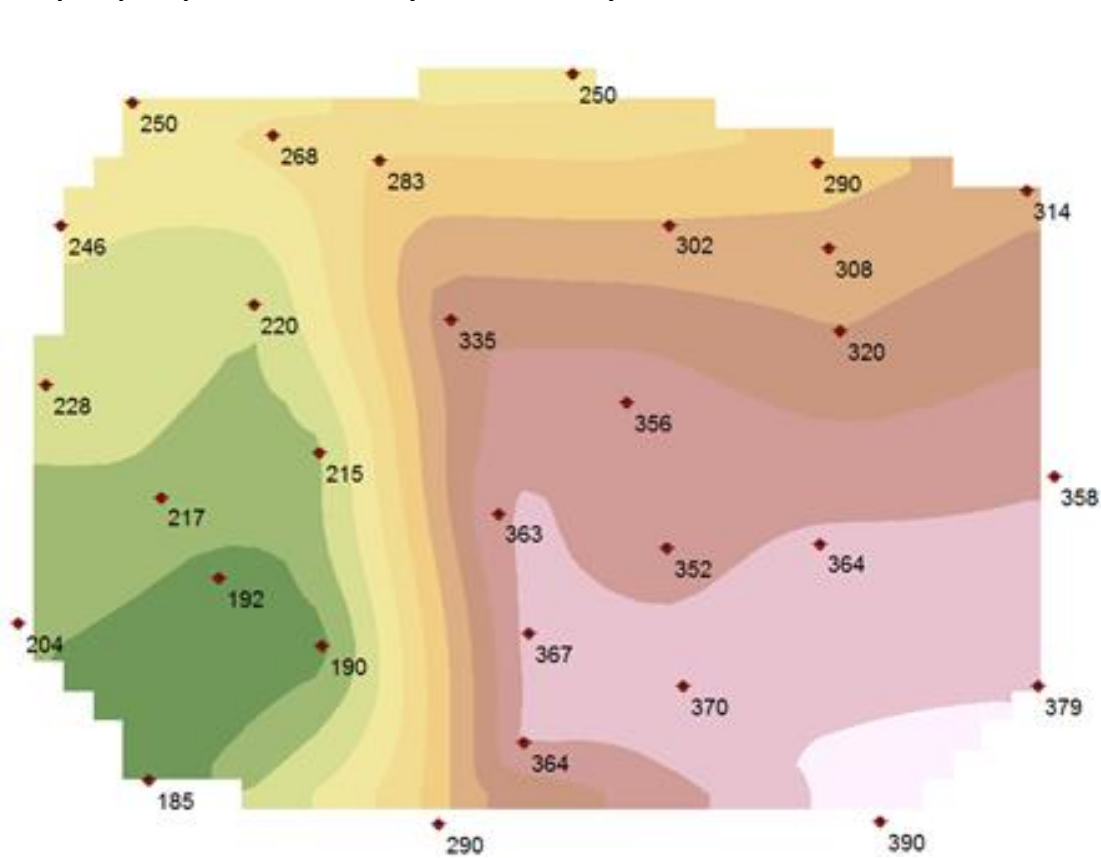
	Plocha pS_i (v m ²)	$\lambda_i = \frac{pS_i}{\sum_{i=1}^n pS_i}$	$z(s_i)$	$\lambda_i z(s_i)$
S01	1 678,0	0,02	352	7,04
S02	13 566,0	0,23	364	83,72
S03	11 725,5	0,20	356	71,20
S04	32 016,0	0,54	320	172,80
S05	752,5	0,01	302	3,02
Σ	59 738,0	1.00		337,78



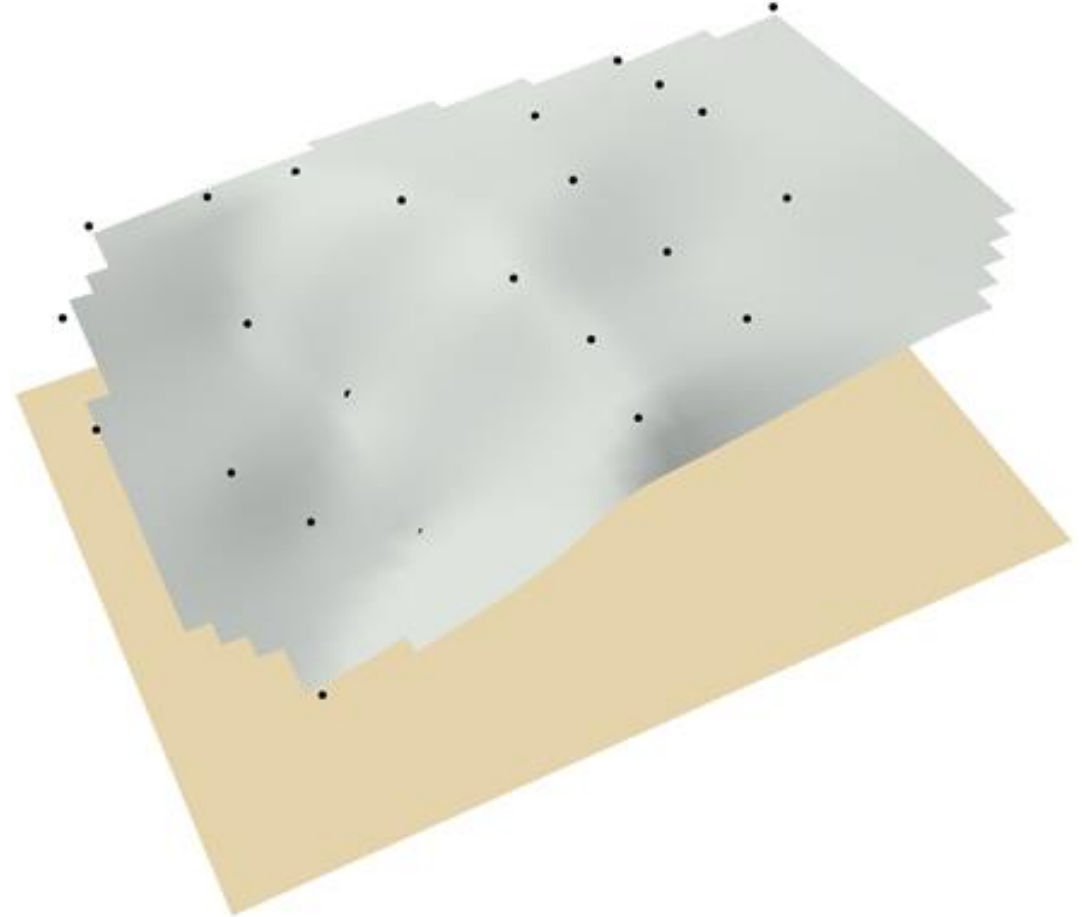
Určenie váh pre susedné známe body – detailný pohľad.

Metóda prirodzeného suseda

- po prepočte všetkých ostatných bodov, ktoré sa nachádzajú v strede každej bunky, dostaneme výsledný povrch



Ukážka 2D povrchu, ktorý vznikol pomocou interpolačnej metódy prirodzeného suseda

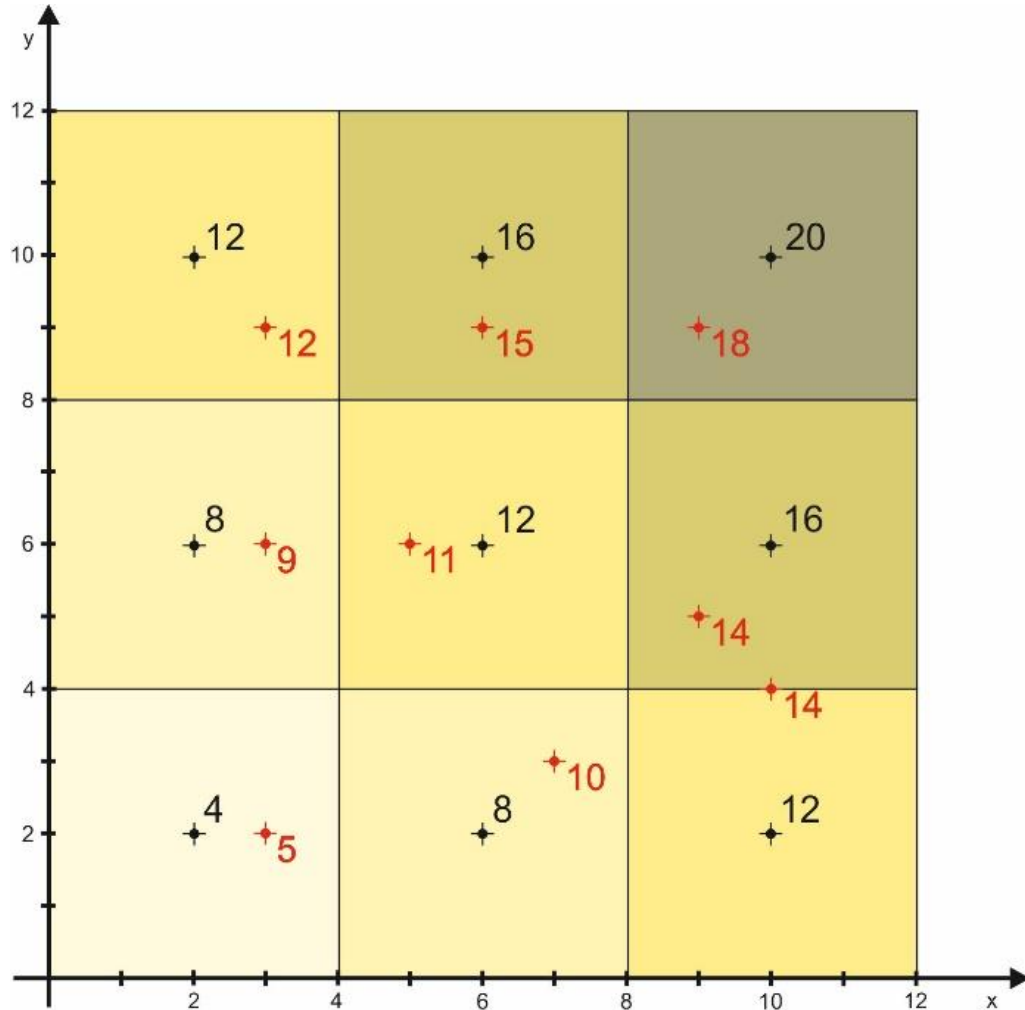


Ukážka 3D povrchu, ktorý vznikol pomocou interpolačnej metódy prirodzeného suseda

- výsledný interpolovaný povrch odvodený pomocou metódy prirodzeného suseda je spojitý a vyhladený bez extrapolovaných hodnôt

Bilineárna interpolácia

- používa sa hlavne pre odhad hodnôt zapísaných v pravidelnej dátovej štruktúre, napr. v rastri.
- pre raster spravidla platí, že hodnota jedného bodu bunky (v strede, alebo na jej okraji) sa vzťahuje na celú plochu bunky.
- odhadujeme hodnotu pre bod v mieste, ktoré nie je totožné s polohou bodu bunky určujúci hodnotu v bunke.



Čierne body v bunky sú nositeľmi hodnôt, ktorých hodnota sa vzťahuje na celú plochu bunky. Červenou farbou sú znázornené vybrané body, pre ktoré boli vypočítané hodnoty pomocou bilineárnej interpolácie

Bilineárna interpolácia

- pre odhad hodnoty v bode z_N si najskôr určíme odhad pomocou lineárnej interpolácie v smere osi X a vyjadríme hodnoty v bode p_1 a p_2 , pre ktoré platí vzťah:

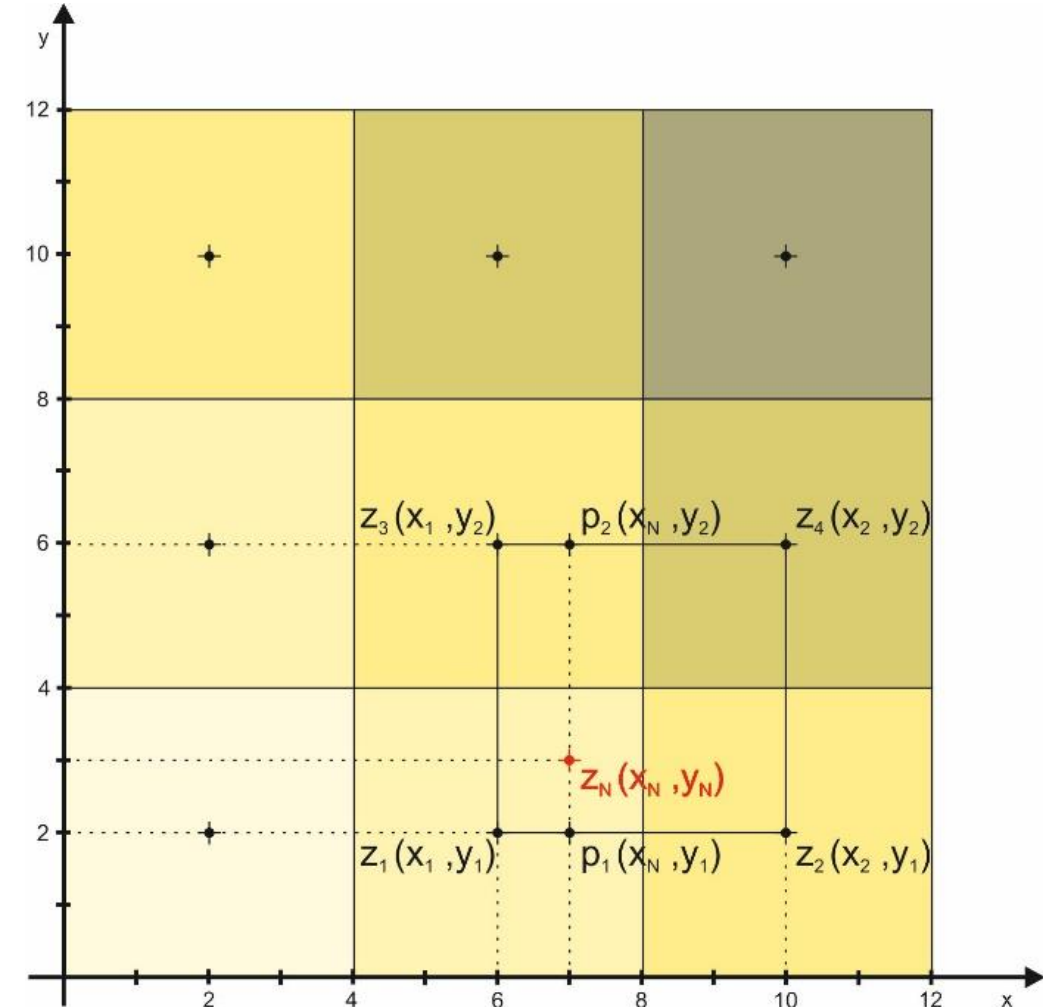
$$p_1 = \frac{(x_2 - x_N)}{(x_2 - x_1)} z_1 + \frac{(x_N - x_1)}{(x_2 - x_1)} z_2$$

$$p_2 = \frac{(x_2 - x_N)}{(x_2 - x_1)} z_3 + \frac{(x_N - x_1)}{(x_2 - x_1)} z_4$$

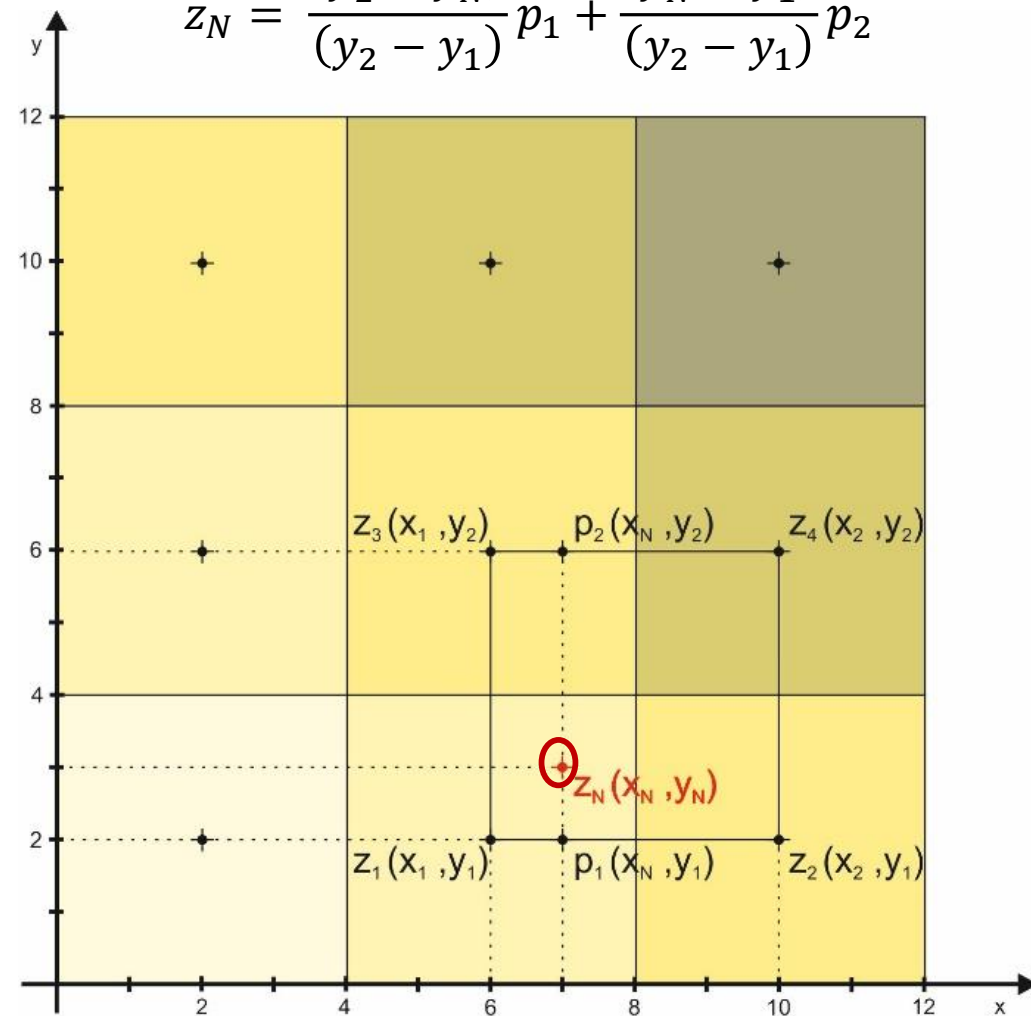
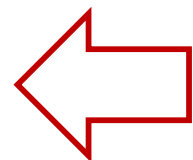
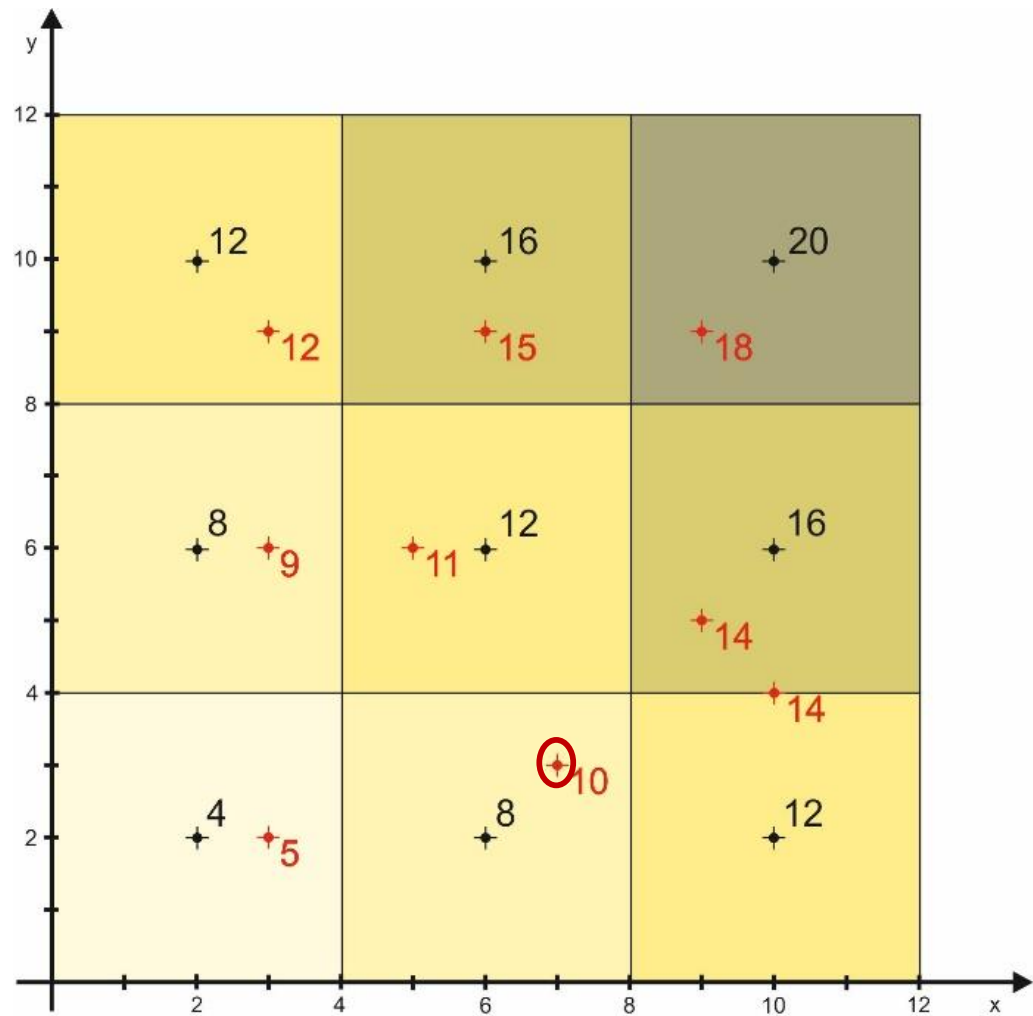
- pre výsledný odhad hodnoty v bode z_N si pomocou lineárnej interpolácie vyjadríme hodnotu v smere osi Y pre ktorú platí vzťah:

$$z_N = \frac{(y_2 - y_N)}{(y_2 - y_1)} p_1 + \frac{(y_N - y_1)}{(y_2 - y_1)} p_2$$

Výsledok interpolácie nie je závislý od poradia lineárnych interpolácií hodnôt v bodoch p_1 a p_2 .
Výsledok bude rovnaký, aj keď budeme postupovať v opačnom poradí.



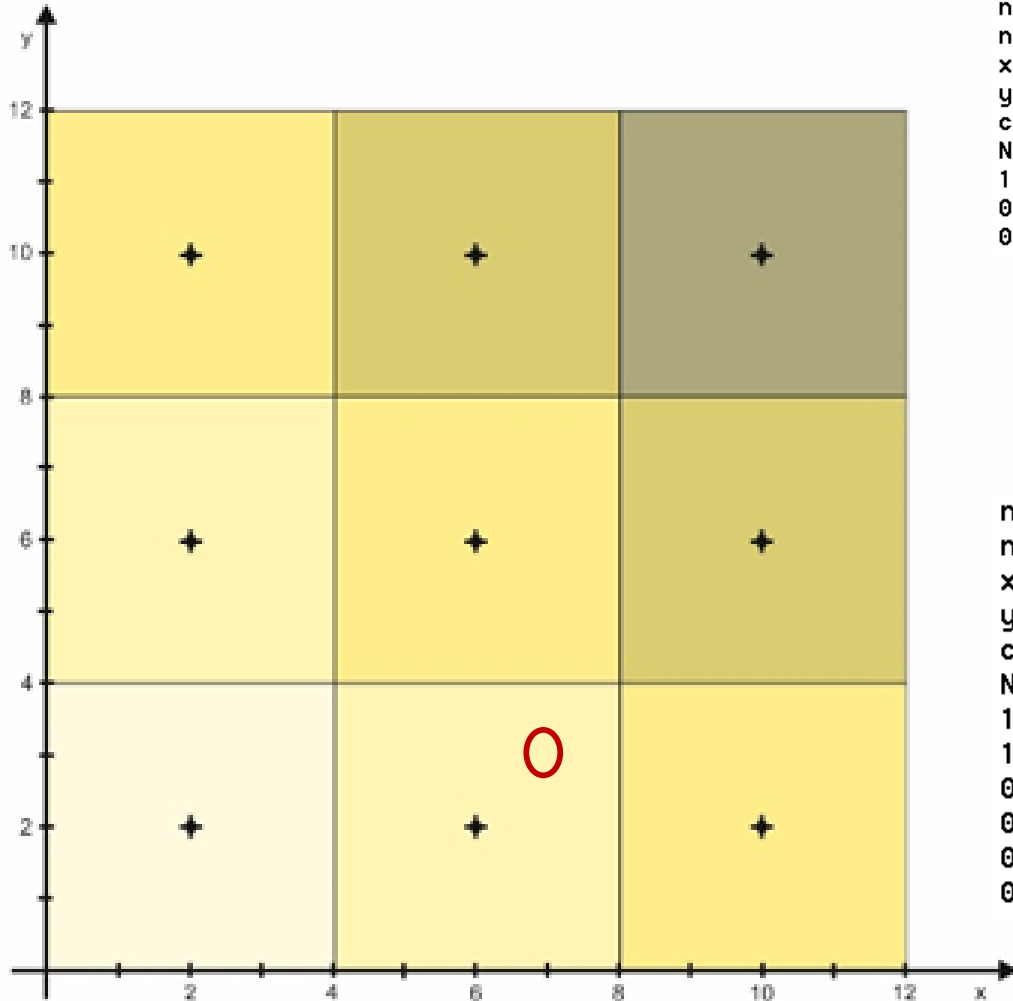
Bilineárna interpolácia



$$p_1 = \frac{(x_2 - x_N)}{(x_2 - x_1)} z_1 + \frac{(x_N - x_1)}{(x_2 - x_1)} z_2$$
$$p_2 = \frac{(x_2 - x_N)}{(x_2 - x_1)} z_3 + \frac{(x_N - x_1)}{(x_2 - x_1)} z_4$$
$$z_N = \frac{(y_2 - y_N)}{(y_2 - y_1)} p_1 + \frac{(y_N - y_1)}{(y_2 - y_1)} p_2$$

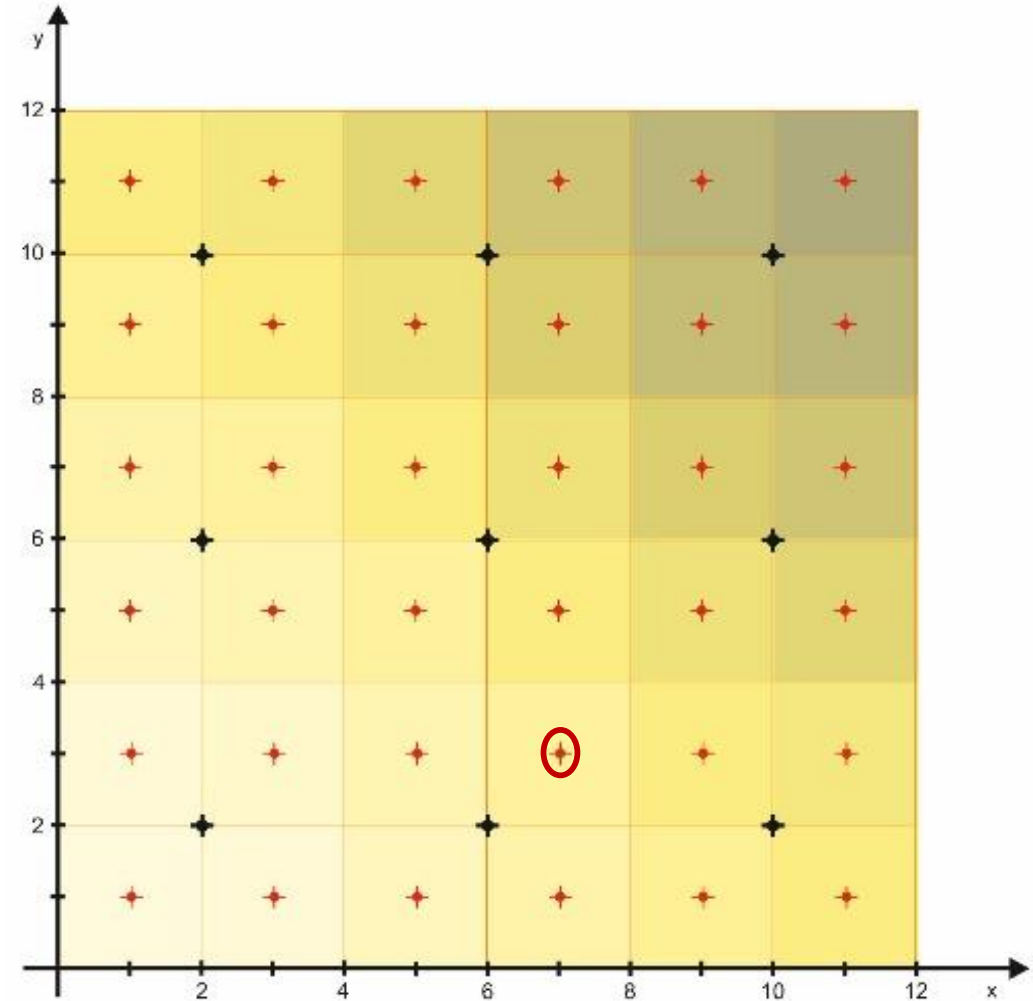
Bilineárna interpolácia

- metóda bilineárnej interpolácie sa používa aj pri úlohách, kedy je potrebné vykonať prevzorkovanie (resampling) rastra.
- prevzorkovaním dátovej štruktúry na menšie časti (tzv. downscaling) vzniká nová dátová štruktúra.



```
ncols      3
nrows      3
xllcorner  0
yllcorner  0
cellsize   4
NODATA_value -9999
12 16 20
08 12 16
04 08 12
```

```
ncols      6
nrows      6
xllcorner  0
yllcorner  0
cellsize   2
NODATA_value -9999
12 13 15 17 19 20
11 12 14 16 18 19
09 10 12 14 16 17
07 08 10 12 14 15
05 06 08 10 12 13
04 05 07 09 11 12
```



Metóda inverzne váženej vzdialenosti

- *Angl. Inverse Distance Weighting* – skratka IDW)
- vychádza z rovnakého geoštatistického princípu ako priestorová autokorelácia
- základným východiskom tejto metódy je určenie váh pre vstupné bodové pole.
- pri IDW platí zásada, že čím je známy bod bližšie k interpolovanému bodu, tým je jeho vplyv na interpolovaný bod väčší. Pri určovaní váh sa využíva princíp tzv. inverznej vzdialenosti.
- následne sa na základe váhy týchto vzdialeností vypočíta vážený priemer hodnôt bodov.
- inverzná vzdialenosť môže byť navyše modifikovaná vhodnou mocninou, čím sa zvyšuje váha bližších hodnôt.
- postup pre vyjadrenie váhy λ_i je možné zapísať nasledovým vzťahom:

$$\lambda_i = \frac{\frac{1}{(d_{i,0})^p}}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{d_{i,0}}\right)^p}$$

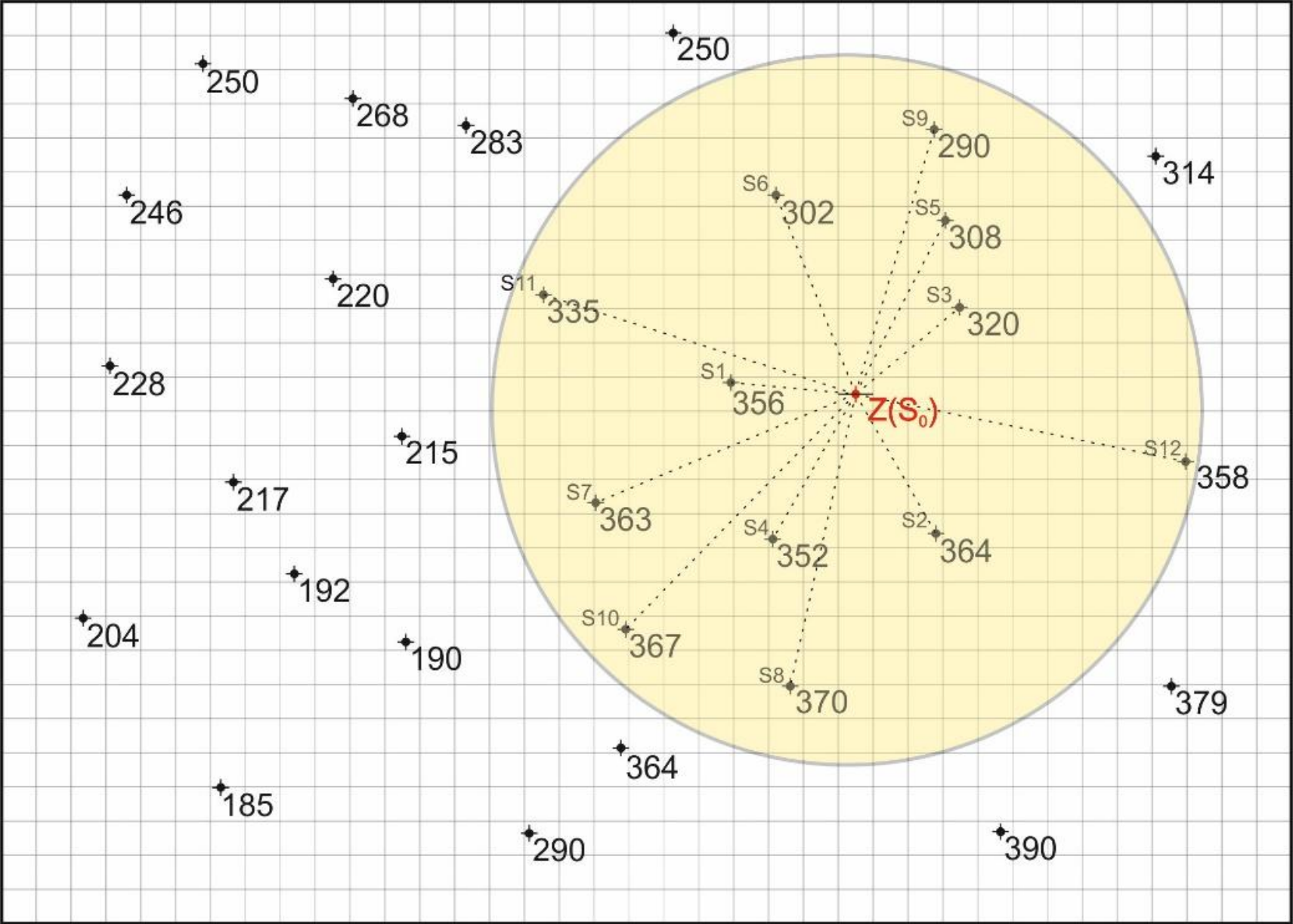
$d_{i,0}$ je vzdialenosť medzi známym a určovaným bodom,
 p – je mocninový parameter

- celý zápis určovania hodnoty v bode $z(s_0)$ je určený nasledujúcim vzťahom:

$$z(s_0) = \sum_{i=1}^n \left[z(s_i) \frac{\frac{1}{(d_{i,0})^p}}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{d_{i,0}}\right)^p} \right]$$

$z(s_0)$ je odhadovaná hodnota v bode s polohou s_0 ,
 $z(s_i)$ je známa hodnota v bode s polohou s_i .

Metóda inverzne váženej vzdialenosti - príklad



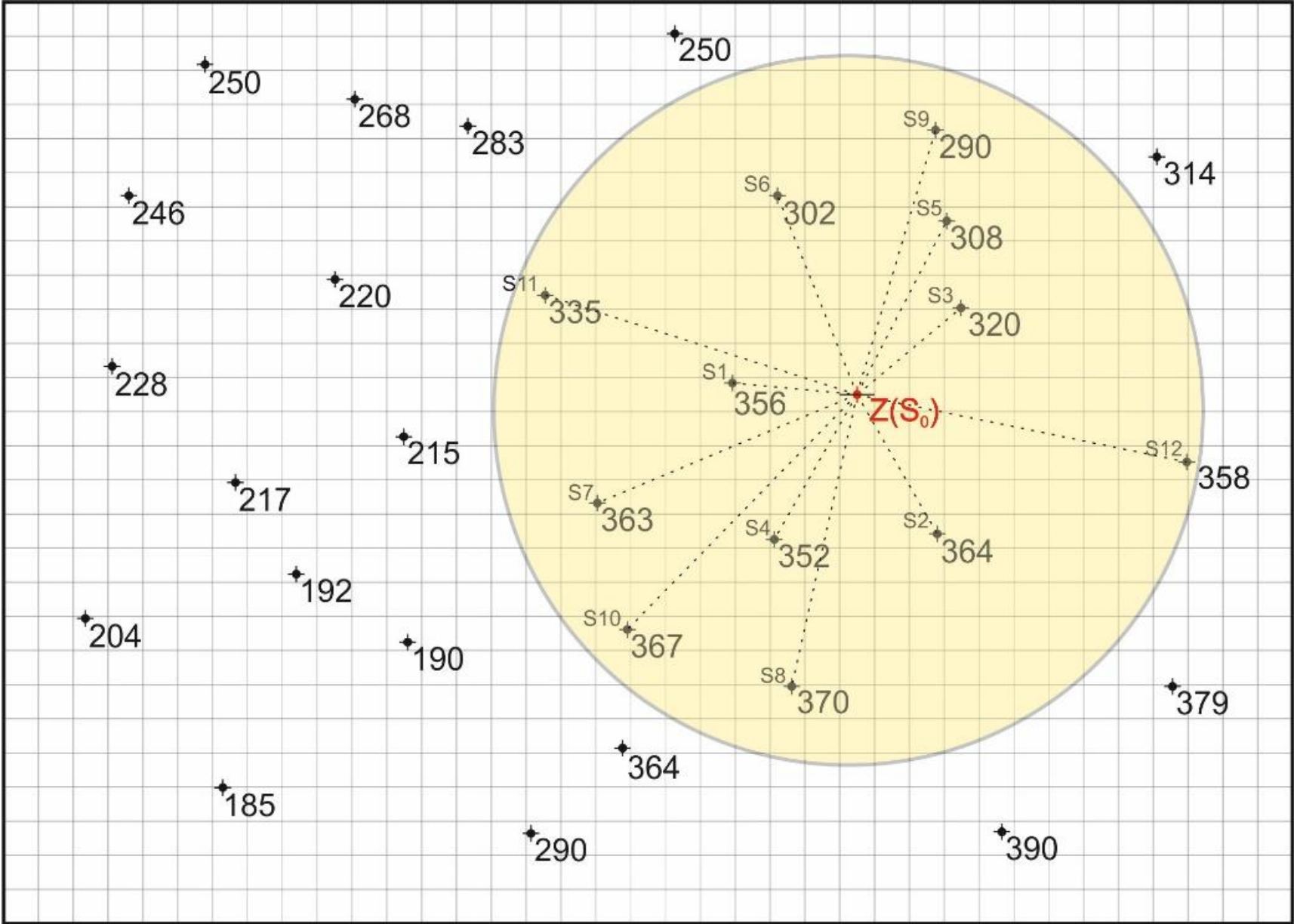
kruh s polomerom 560 m (fixný polomer vyhľadávania)

Metóda inverzne váženej vzdialenosti - príklad

$$z(s_0) = \sum_{i=1}^n \left[z(s_i) \frac{\frac{1}{(d_{i,0})^p}}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{d_{i,0}} \right)^p} \right]$$

	$z(s_i)$	$d_{i,0}$	$(d_{i,0})^p$	$\frac{1}{(d_{i,0})^p}$	$\frac{\frac{1}{(d_{i,0})^p}}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{d_{i,0}} \right)^p}$	$z(s_i) \frac{\frac{1}{(d_{i,0})^p}}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{d_{i,0}} \right)^p}$
s_1	356	178,92	32012,3664	0,000031	0,249986	88,99
s_2	364	260,59	67907,1481	0,000015	0,117847	42,90
s_3	320	232,56	54084,1536	0,000018	0,147966	47,35
s_4	352	248,08	61543,6864	0,000016	0,130032	45,77
s_5	308	327,38	107177,6644	0,000009	0,074667	23,00
s_6	302	340,79	116137,8241	0,000009	0,068906	20,81
s_7	363	427,61	182850,3121	0,000005	0,043766	15,89
s_8	370	461,21	212714,6641	0,000005	0,037621	13,92
s_9	290	450,81	203229,6561	0,000005	0,039377	11,42
s_{10}	367	501,95	251953,8025	0,000004	0,031762	11,66
s_{11}	335	501,48	251482,1904	0,000004	0,031822	10,66
s_{12}	358	552,17	304891,7089	0,000003	0,026247	9,40
Σ				0,000125		341,76

Metóda inverzne váženej vzdialenosti - príklad



$z(s_0) = 341,76$

kruh s polomerom 560 m (fixný polomer vyhľadávania)

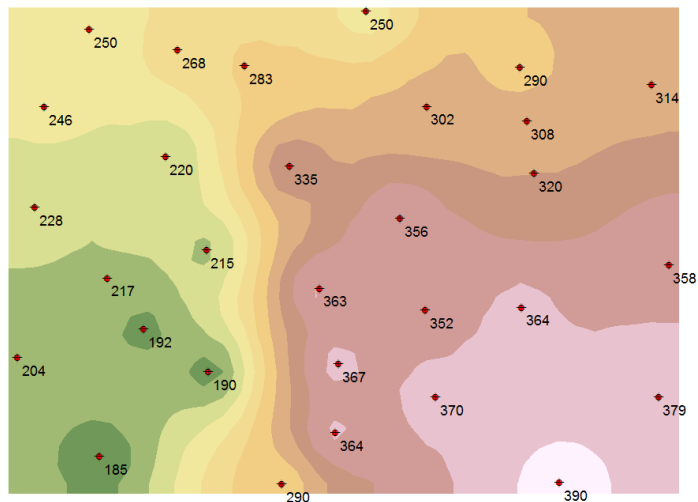
Metóda inverzne váženej vzdialenosti

Výsledok odhadu hodnôt prostredníctvom metódy IDW môže byť ovplyvnený aj ďalšími parametrami:

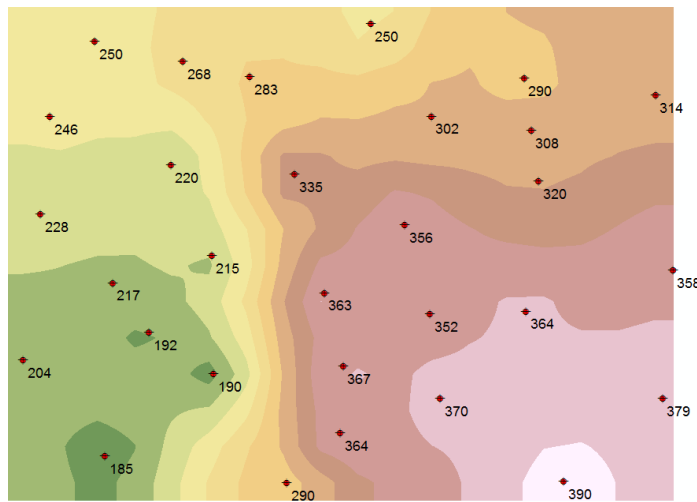
1. veľkosťou bunky rastra (*output cell size*),
2. mocninovým parametrom (*power*),
3. polomerom vyhľadávania (*search radius*),
4. bariérou (*barriers*).

Metóda inverzne váženej vzdialenosti – veľkosť bunky ratra

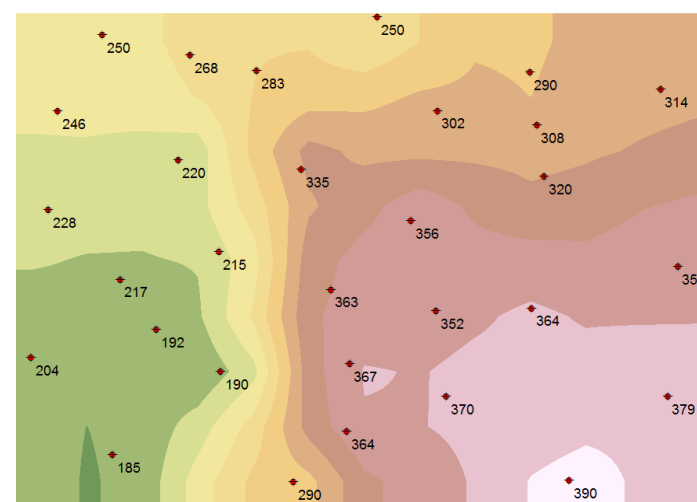
Veľkosť bunky	50
Mocnina	2
Polomer vyhl'adávania	
typ	variabilný
počet bodov	12
Bariéra	nie



Veľkosť bunky	100
Mocnina	2
Polomer vyhl'adávania	
typ	variabilný
počet bodov	12
Bariéra	nie

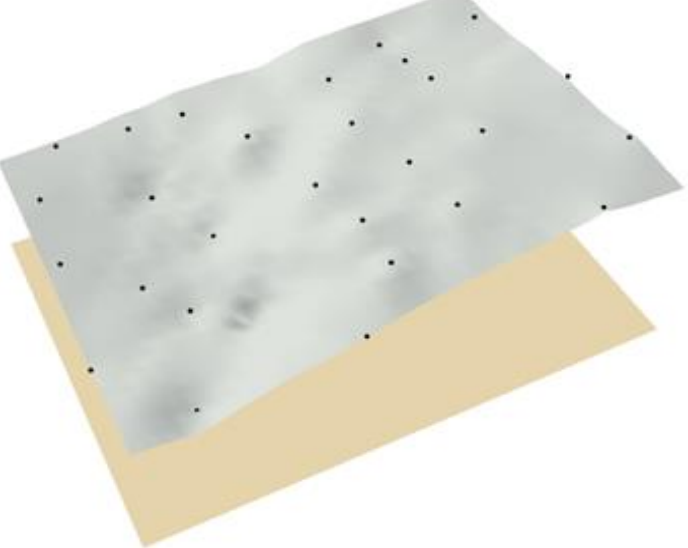
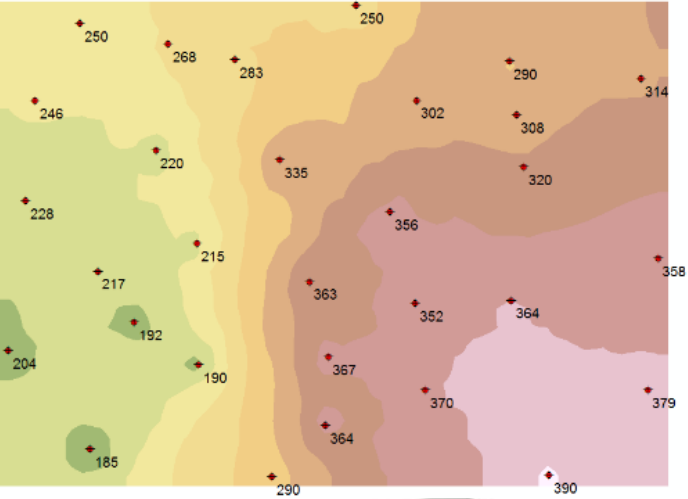


Veľkosť bunky	150
Mocnina	2
Polomer vyhľadávania	
typ	variabilný
počet bodov	12
Bariéra	nie

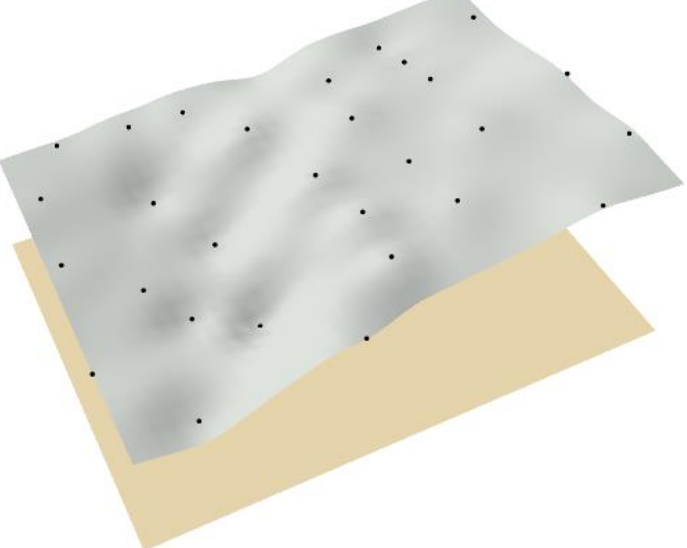
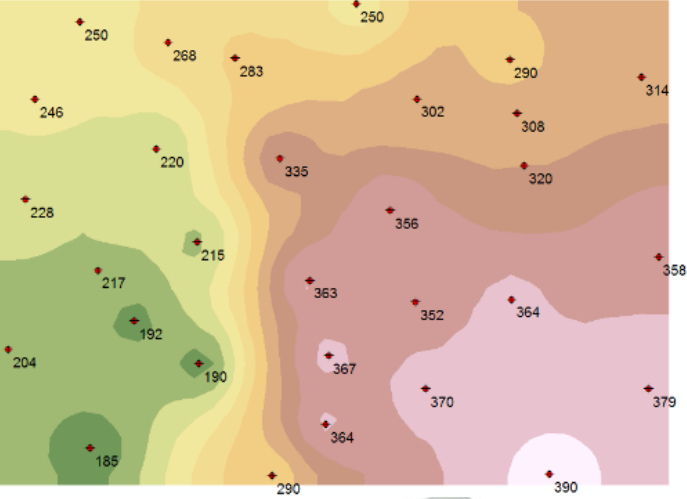


Metóda inverznej váženej vzdialenosti – mocninový parameter

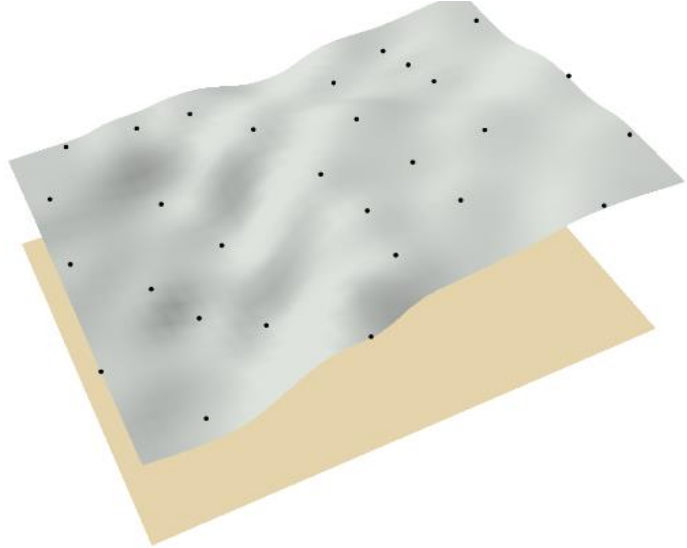
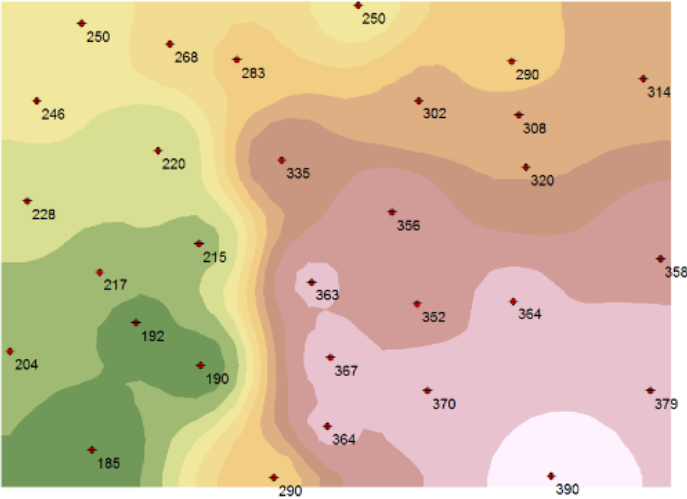
Veľkosť bunky 50
Mocnina 1
Polomer vyhľadávania
typ variabilný
počet bodov 12
Bariéra nie



Veľkosť bunky 50
Mocnina 2
Polomer vyhľadávania
typ variabilný
počet bodov 12
Bariéra nie

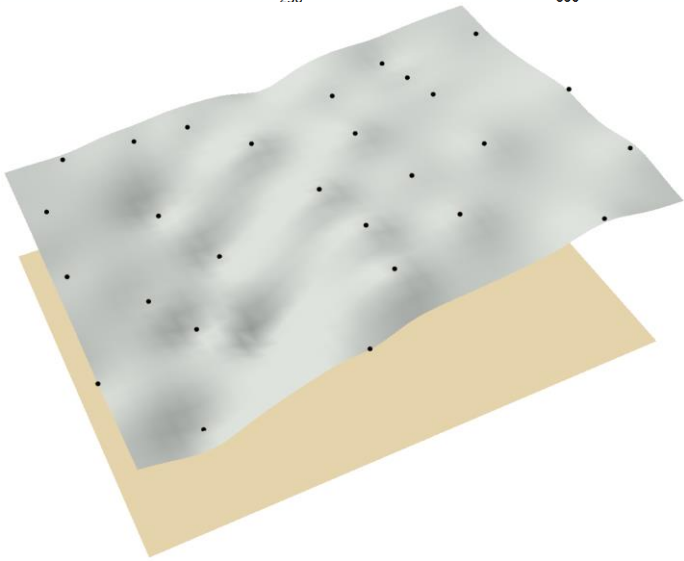
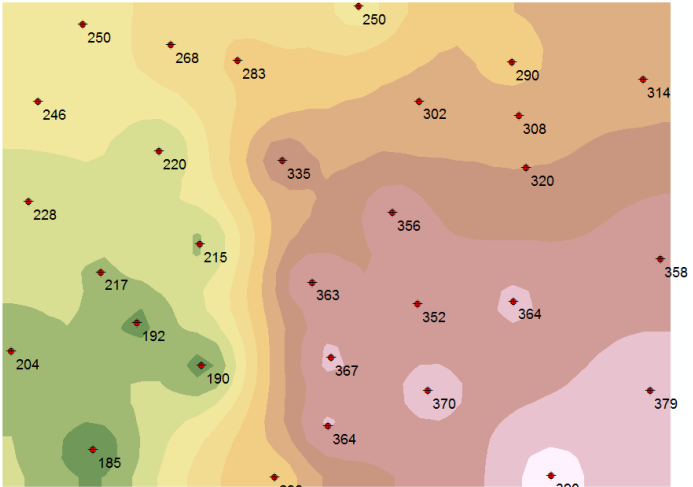


Veľkosť bunky 50
Mocnina 3
Polomer vyhľadávania
typ variabilný
počet bodov 12
Bariéra nie

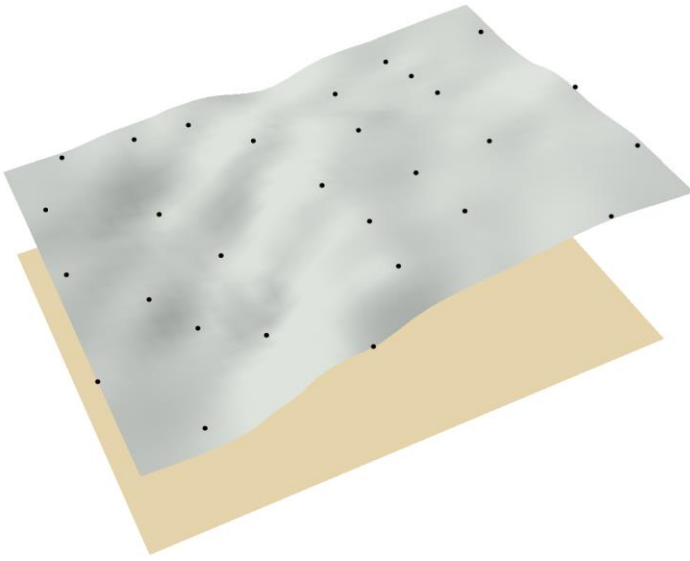
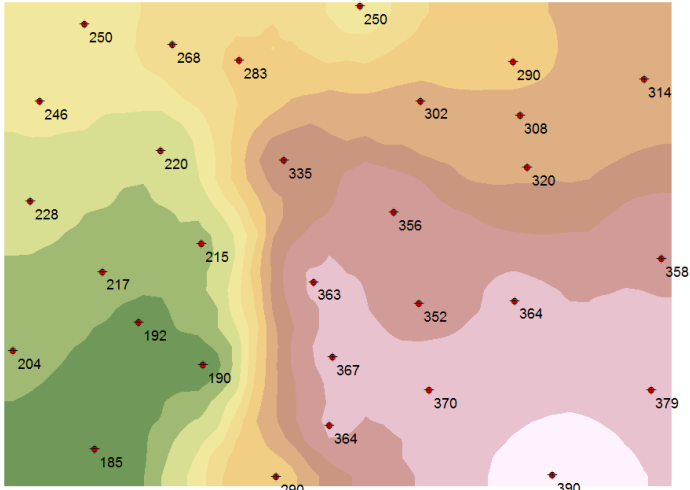


Metóda inverznej váženej vzdialenosti – polomer vyhľadávania

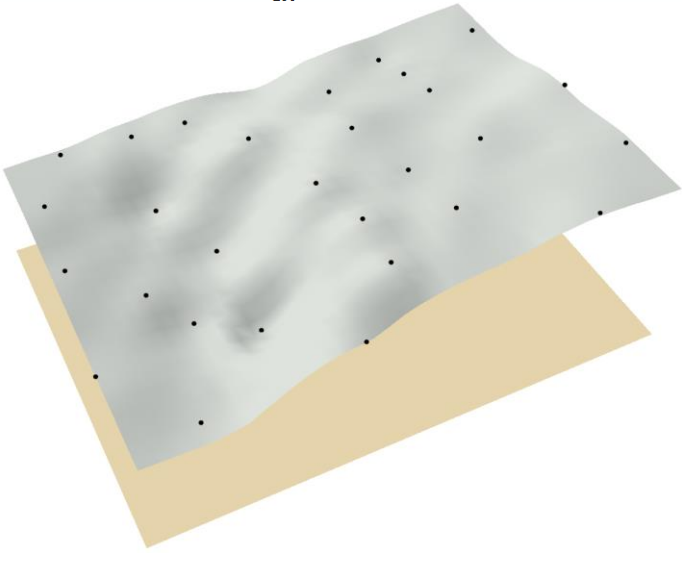
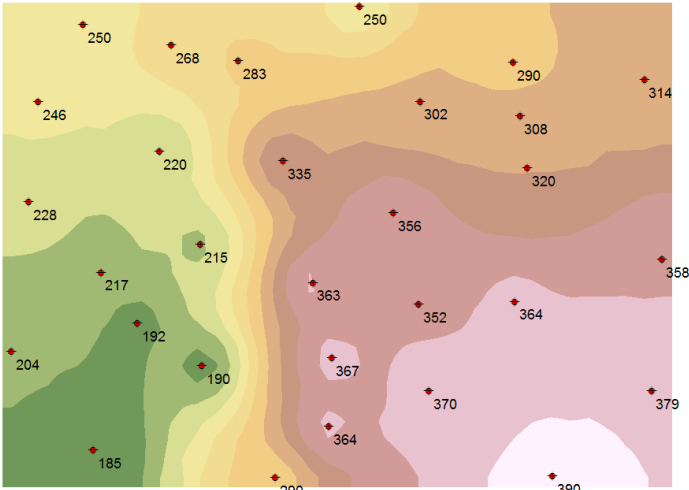
Veľkosť bunky 50
Mocnina 2
Polomer vyhľadávania
typ variabilný
počet bodov 20
Bariéra nie



Veľkosť bunky 50
Mocnina 2
Polomer vyhľadávania
typ variabilný
počet bodov 5
Bariéra nie

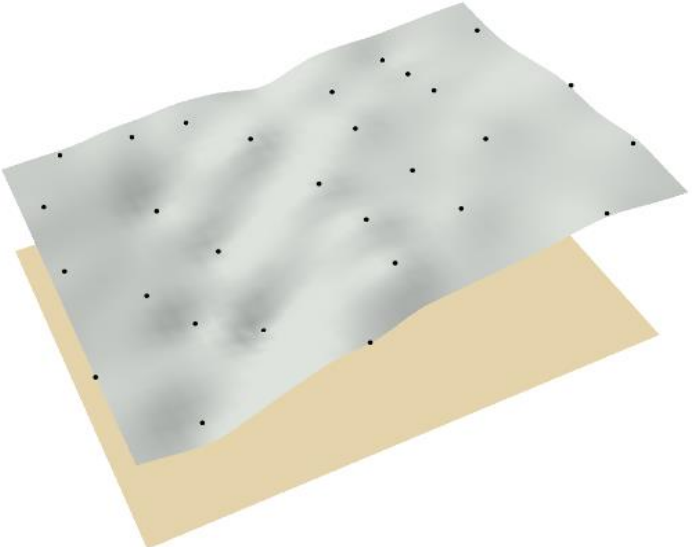
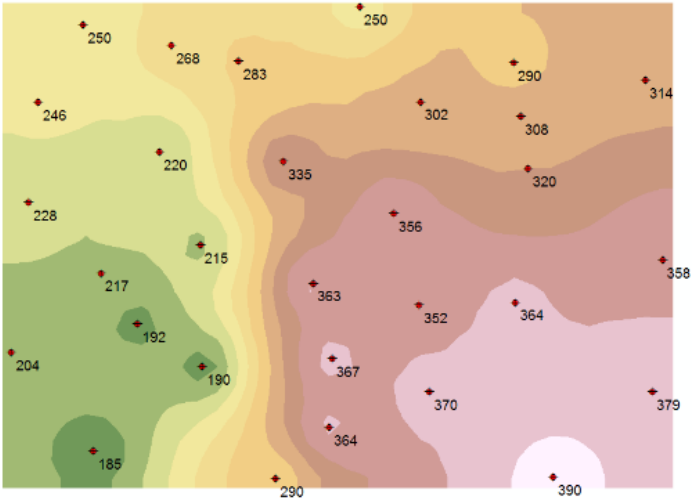


Veľkosť bunky 50
Mocnina 2
Polomer vyhľadávania
typ fixný
polomer(v m) 500
Bariéra nie

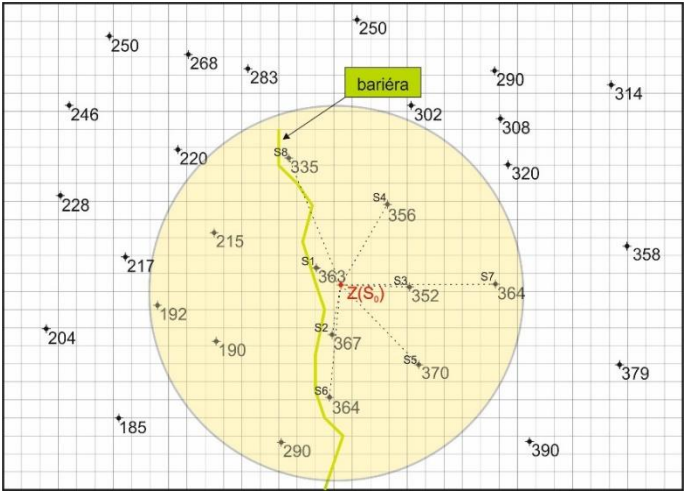
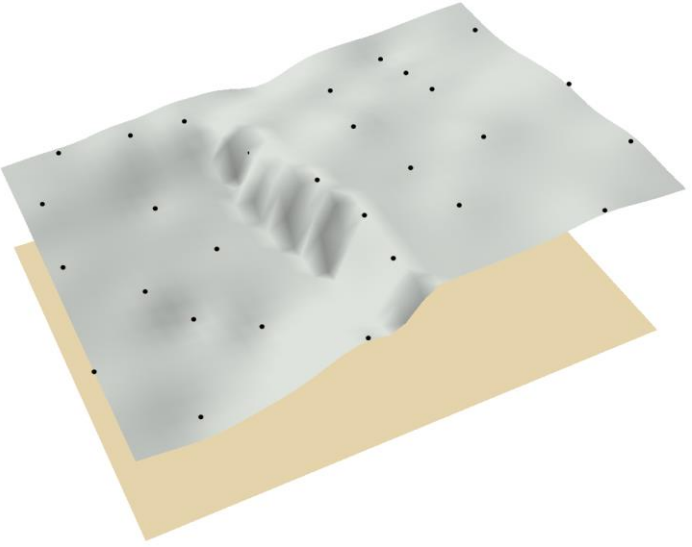
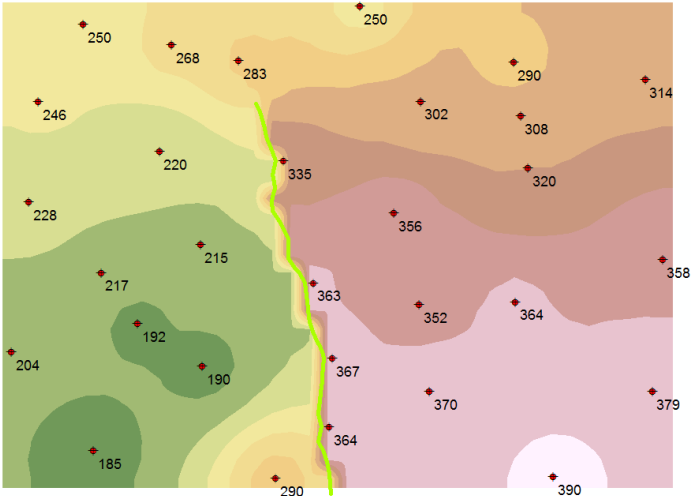


Metóda inverznej váženej vzdialenosti – bariéra

Veľkosť bunky 50
Mocnina 2
Polomer vyhľadávania
typ variabilný
počet bodov 12
Bariéra nie



Veľkosť bunky 50
Mocnina 2
Polomer vyhľadávania
typ variabilný
počet bodov 12
Bariéra áno



Metóda inverzne váženej vzdialenosti - zhrnutie

- jedným z hlavných nedostatkov je efekt „bull’s eyes“ – neprirodzené útvary
- v slovenskej odbornej terminológii sa používa pojem „vybúlenie“.
- ide o útvary, ktoré vytvárajú okrúhle doliny (podobne ako v krase závrty), alebo okrúhle vrcholy (napr. tvrdoše vo flyši).
- dôvodom ich vzniku sú silné relatívne váhy hodnôt nachádzajúcich sa v ich blízkosti, alebo aj vyššie voľby mocninového parametru.
- existujú aj postupy, ktorými sa tieto útvary zhladzujú pomocou tzv. zhladzovacieho parametra (*smoothing parameter*) – dochádza ku aproximujúcej interpolácii (výsledný povrch neprechádza bodmi zo vstupného bodového poľa, ale sa nachádza v ich blízkosti)
- ďalším nedostatkom metódy IDW je, že nedokáže vypočítať vyššie alebo nižšie hodnoty, ako sú hodnoty vstupného bodového poľa (problém pri nemožnosti zachytiť extrémne hodnoty javy)
 - v prípade reliéfu to môže byť dno doliny, vrchol pohoria a pod.