OBZORY MATEMATIKY FYZIKY a INFORMATIKY

1/2021 (50)

OBZORY MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY 1/2021 ročník 50

Časopis pre teóriu a praktické otázky vyučovania matematiky, fyziky a informatiky na základných a stredných školách

HORIZONS OF MATHEMATICS, PHYSICS AND COMPUTER SCIENCES 1/2021 Volume 50

Journal for Theory and Applied Issues of Mathematics, Informatics and Physics Teaching at Primary and Secondary Schools

Fundavit: Štefan Znám, Beloslav Riečan et Daniel Kluvanec

OBZORY MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY 1/2021 (50)

VMI ZDELÁVANIE V MATEMATIKE A INFORMATIKE

Riešenie logaritmických nerovníc metódou racionalizácie

Jozef Doboš

Abstract [Solving Logarithmic Inequalities using Method of Rationalization]: In this paper, we would like to show how it is possible to solve logarithmic inequalities using method of rationalization.

Key words: solving logarithmic inequalities, method of rationalization, test point method

Súhrn: V tomto článku chceme ukázať, ako možno riešiť logaritmické nerovnice metódou racionalizácie.

Kľúčové slová: riešenie logaritmických nerovníc, metóda racionalizácie, metóda testovacích bodov

MESC: H30

Metóda racionalizácie[1] vďačí za svoj názov tomu, že danú nerovnicu prevedieme na racionálnu nerovnicu, ktorú by už žiaci mali vedieť riešiť. Keďže musíme vziať do úvahy aj podmienky, za ktorých majú výrazy v danej nerovnici zmysel, často tak dostávame sústavu racionálnych nerovníc.

Základná myšlienka tejto metódy bola po prvýkrát predstavená v článku [2] pod názvom „zovšeobecnenie metódy intervalov" (dnes sa s touto metódou môžeme stretnúť aj pod názvom „metóda zámeny činiteľov", príp. „metóda dekompozície")[2].

Používame ju na riešenie nerovníc, ktoré pre tento účel majú byť zapísané v jednom z nasledujúcich tvarov:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} > 0, \quad \frac{P(x)}{Q(x)} < 0, \quad \frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0, \quad \frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0,$$

kde

$$\begin{aligned} P(x) &= \big(u_1(x) - r_1(x)\big)\big(u_2(x) - r_2(x)\big)\dots\big(u_n(x) - r_n(x)\big), \\ Q(x) &= \big(v_1(x) - s_1(x)\big)\big(v_2(x) - s_2(x)\big)\dots\big(v_k(x) - s_k(x)\big). \end{aligned}$$

[1] V origináli: метод рационализации.

[2] V origináli: обобщение метода интервалов, метод замены множителей, метод декомпозиции.

Metóda racionalizácie je založená na monotónnosti funkcií. Základný princíp si vysvetlíme na nerovnosti

$$\frac{f(a)-f(b)}{g(c)-g(d)} > 0,$$

v ktorej máme dve rastúce funkcie f a g. Nech čísla a, b sú z definičného oboru funkcie f. Nech čísla c, d sú z definičného oboru funkcie g. Potom platí[3]

$$\frac{f(a)-f(b)}{g(c)-g(d)} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{a-b}{c-d} > 0. \tag{1}$$

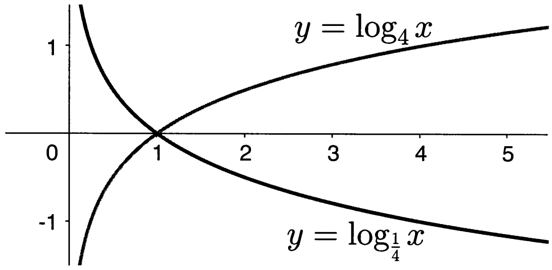
Naozaj, stačí preskúmať dva prípady:

$$1) \begin{cases} f(a)-f(b) > 0 & \Leftrightarrow \quad a-b > 0, \\ g(c)-g(d) > 0 & \Leftrightarrow \quad c-d > 0, \end{cases} \qquad 2) \begin{cases} f(a)-f(b) < 0 & \Leftrightarrow \quad a-b < 0, \\ g(c)-g(d) < 0 & \Leftrightarrow \quad c-d < 0. \end{cases}$$

Skôr, ako prejdeme k riešeniu konkrétnych logaritmických nerovníc, si pripomenieme definíciu logaritmu. Predpokladajme, že $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$. Logaritmus čísla b pri základe a je ten exponent c, na ktorý treba umocniť základ a, aby sme dostali logaritmované číslo b. Inými slovami:

$$\log_a b = c \quad \Leftrightarrow \quad a^c = b. \tag{2}$$

Pozrime sa, v akom vzťahu sú grafy funkcií $y = \log_a x$ a $y = \log_{\frac{1}{a}} x$.
Pre $a = 4$ ich vidíme na obr. 1.



Obrázok 1.

Tieto grafy sú súmerné podľa osi x. Naozaj, pre každé kladné reálne číslo b platí

$$\log_{\frac{1}{a}} b = -\log_a b. \tag{3}$$

---

[3] Analogicky pre < 0.

Môžeme to ľahko overiť nasledujúcim spôsobom:

$$\log_{\frac{1}{a}} b = c \Leftrightarrow \left(\tfrac{1}{a}\right)^c = b \Leftrightarrow a^{-c} = b \Leftrightarrow \log_a b = -c.$$

Ukážeme si použitie vzorca (3) na riešenie logaritmickej nerovnice. Spolu s metódou testovacích bodov.

Úloha 1. Riešme nerovnicu (pozri [7])

$$\log_{\frac{1}{4}} \frac{2x-1}{x+4} \leq 0. \tag{4}$$

Riešenie. Podľa (3) môžeme prepísať nerovnicu (4) do ekvivalentného tvaru

$$\log_4 \frac{2x-1}{x+4} \geq 0. \tag{5}$$

Ak $a > 1$, potom funkcia $y = \log_a x$ je rastúca. Odtiaľ vyplýva, že

$$\text{ak } a > 1, \text{ potom platí } \begin{cases} \log_a x > 0 & \text{pre každé } x > 1, \\ \log_a x = 0 & \text{pre } x = 1, \\ \log_a x < 0 & \text{pre každé } x \in (0,1). \end{cases}$$

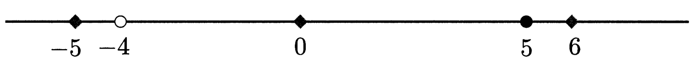
Teda $\log_4 b \geq 0$ práve vtedy, keď $b \geq 1$. To nám umožňuje prepísať nerovnicu (5) do ekvivalentného tvaru

$$\frac{2x-1}{x+4} \geq 1. \tag{6}$$

Racionálnu nerovnicu (6) budeme riešiť metódou testovacích bodov (pozri [5], [6]). Najskôr určíme jej definičný obor. Pretože v menovateli zlomku nemôže byť nula, musí platiť $x \neq -4$. Teda číslo $x = -4$ určite nepatrí do oboru pravdivosti nerovnice (6). Potom vyriešime odpovedajúcu rovnicu

$$\frac{2x-1}{x+4} = 1. \tag{7}$$

Rovnica (7) má jediný koreň $x = 5$. Ľahko vidieť, že číslo $x = 5$ patrí tiež do oboru pravdivosti nerovnice (6). Zostáva nám ešte preskúmať intervaly $(-\infty, -4)$, $(-4, 5)$ a $(5, \infty)$.



Obrázok 2.

Z každého intervalu vyberieme jeden testovací bod. Z intervalu $(-\infty, -4)$ vyberieme napríklad $x = -5$, z intervalu $(-4, 5)$ vyberieme napríklad $x = 0$ a z intervalu $(5, \infty)$ vyberieme napríklad $x = 6$. Dosadením do nerovnice (6) zistíme, že čísla $x = -5$ a $x = 6$ patria do jej oboru pravdivosti, ale číslo $x = 0$ nepatrí do jej oboru pravdivosti. Teda k číslu $x = 5$ do oboru pravdivosti nerovnice (6) pribudnú intervaly $(-\infty, -4)$ a $(5, \infty)$.

Odpoveď: Oborom pravdivosti nerovnice (4) je množina[4] $P = (-\infty; -4) \cup [5; \infty)$.

V ďalšom budeme potrebovať vzorec

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, \tag{8}$$

ktorý platí pre $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$, $a \neq 1$, $c \neq 1$.

Naozaj, ak $r = \log_a b$, $s = \log_c a$, potom $a^r = b$, $c^s = a$. Odtiaľ

$$b = a^r = (c^s)^r = c^{rs},$$

čo vzhľadom na (2) dáva $\log_c b = rs = \log_a b \cdot \log_c a$.

Ak základ logaritmu obsahuje neznámu, pomocou vzorca (8) ho môžeme previesť na logaritmus s konštantným základom. Využijeme to pri riešení nasledujúcich logaritmických nerovníc.

Úloha 2. Riešme nerovnicu (pozri [7])

$$\log_{3x+5}(9x^2 + 8x + 8) > 2. \tag{9}$$

Riešenie. Základ logaritmu na ľavej strane nerovnice (9) obsahuje neznámu, preto tento logaritmus upravíme pomocou vzorca (8), pričom za nový základ vezmeme nejakú konštantu väčšiu ako jedna, napríklad $c = 3$. Nerovnica (9) prejde do ekvivalentného tvaru

$$\frac{\log_3(9x^2 + 8x + 8)}{\log_3(3x + 5)} > 2. \tag{10}$$

Nerovnicu (10) budeme riešiť metódou racionalizácie. Pre tento účel ju najskôr upravíme do tvaru $\dfrac{f(a) - f(b)}{g(c) - g(d)} > 0$.

[4] Intervaly označujeme podľa normy STN EN ISO 80000-2. Teda $[a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} : x \geq a\}$.

$$
\begin{aligned}
\frac{\log_3(9x^2+8x+8)}{\log_3(3x+5)} - 2 &> 0, \\
\frac{\log_3(9x^2+8x+8) - 2\log_3(3x+5)}{\log_3(3x+5)} &> 0, \\
\frac{\log_3(9x^2+8x+8) - \log_3(3x+5)^2}{\log_3(3x+5) - \log_3 1} &> 0.
\end{aligned} \tag{11}
$$

Potom podľa (1) je nerovnica (11) ekvivalentná s nerovnicou

$$
\frac{(9x^2+8x+8) - (3x+5)^2}{(3x+5) - 1} > 0. \tag{12}
$$

Za predpokladu, že $3x+5 \neq 0$, $9x^2+8x+8 > 0$ a $3x+5 > 0$.

Ľahko vidieť, že každé reálne číslo je riešením nerovnice $9x^2+8x+8 > 0$. Stačí overiť, že diskriminant je záporný a že pre $x = 0$ kvadratický trojčlen $9x^2+8x+8$ nadobúda kladnú hodnotu. Prípadne stačí kvadratický trojčlen $9x^2+8x+8$ prepísať do tvaru $(2x+2)^2 + 5x^2 + 4$. Takže jedinou podmienkou zostáva $3x+5 > 0$, t.j. $x > -\frac{5}{3}$.

Po malej úprave prejde nerovnica (12) do tvaru

$$
\frac{-22x - 17}{3x+4} > 0.
$$

Jej oborom pravdivosti je interval $\left(-\frac{4}{3}, -\frac{17}{22}\right)$. Podmienka $x > -\frac{5}{3}$ je zrejme splnená pre každé x z tohto intervalu.

Odpoveď: Oborom pravdivosti nerovnice (9) je interval $I = \left(-\frac{4}{3}; -\frac{17}{22}\right)$.

Úloha 3. Riešme nerovnicu (pozri [7], príp. [3])

$$
\log_{x^2}(2+x) < 1. \tag{13}
$$

Riešenie. Základ logaritmu na ľavej strane nerovnice (13) obsahuje neznámu, preto tento logaritmus upravíme pomocou vzorca (8), pričom za nový základ vezmeme nejakú konštantu väčšiu ako jedna, napríklad $c = 4$. Nerovnica (13) prejde do ekvivalentného tvaru

$$
\frac{\log_4(2+x)}{\log_4(x^2)} < 1. \tag{14}
$$

Nerovnicu (14) budeme riešiť metódou racionalizácie. Najskôr ju upravíme do tvaru $\dfrac{f(a)-f(b)}{g(c)-g(d)}<0.$

$$\frac{\log_4(2+x)}{\log_4(x^2)}-1<0,$$
$$\frac{\log_4(2+x)-\log_4(x^2)}{\log_4(x^2)}<0,$$
$$\frac{\log_4(2+x)-\log_4(x^2)}{\log_4(x^2)-\log_4 1}<0. \tag{15}$$

Potom podľa (1) je nerovnica (15) ekvivalentná s nerovnicou

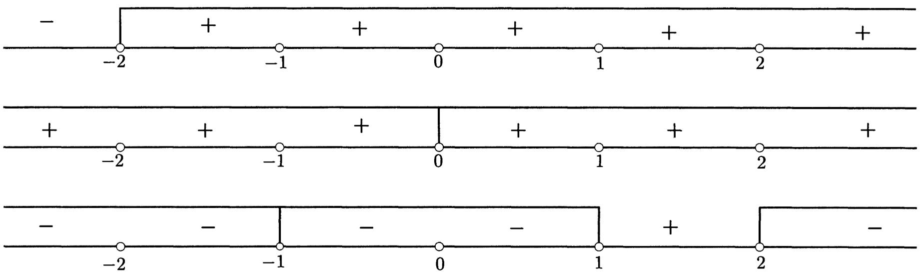
$$\frac{2+x-x^2}{x^2-1}<0. \tag{16}$$

Za predpokladu, že $x\neq 1$, $2+x>0$ a $x^2>0$.

Tým sme previedli nerovnicu (13) na nasledujúcu sústavu nerovníc:

$$\begin{cases} 2+x>0, \\ x^2>0, \\ \dfrac{2+x-x^2}{x^2-1}<0, \qquad \Leftrightarrow \qquad \dfrac{(2-x)(x+1)}{(x-1)(x+1)}<0. \end{cases} \tag{17}$$

Dostali sme sústavu racionálnych nerovníc. Každú z nich riešime samostatne a potom nájdeme prienik množín riešení týchto nerovníc. Použijeme metódu intervalov. Nájdeme nulové body každého mnohočlena tejto sústavy. Sú to čísla $x=-2$, $x=-1$, $x=0$, $x=1$ a $x=2$. Pretože každá nerovnica sústavy (17) je ostrá, tieto čísla nie sú riešeniami tejto sústavy. Na číselnej osi ich znázorníme prázdnymi krúžkami. Tieto čísla vyčleňujú na číselnej osi intervaly $(-\infty;-2)$, $(-2;-1)$, $(-1;0)$, $(0;1)$, $(1;2)$ a $(2;\infty)$. Kvôli prehľadnosti si pre každú nerovnicu sústavy (17) nakreslíme samostatnú číselnú os, na ktorej vyznačíme znamienka príslušných racionálnych výrazov. Napríklad, lineárny dvojčlen $2+x$ nadobúda kladné hodnoty pre každé $x>-2$ a záporné hodnoty pre každé $x<-2$. Preto sme na prvej číselnej osi vyznačili znamienka plus napravo od bodu $x=-2$ a znamienko mínus naľavo od tohto bodu.



Obrázok 3.

Číselné osi sme nakreslili tak, aby vyznačené intervaly boli umiestnené priamo pod sebou. Preto môžeme ľahko nájsť prienik množín riešení jednotlivých nerovníc sústavy. Konkrétne, množinu riešení sústavy (17) tvoria tie intervaly, v ktorých máme pod sebou znamienka $+$, $+$, $-$ (v tomto poradí).

Odpoveď: Oborom pravdivosti nerovnice (13) je množina

$$P = (-2;-1) \cup (-1;0) \cup (0;1) \cup (2;\infty).$$

Úloha 4. Riešme nerovnicu (pozri [7])

$$\log_{x^2} \frac{4x-5}{|x-2|} > \frac{1}{2}. \tag{18}$$

Riešenie. Základ logaritmu na ľavej strane nerovnice (18) obsahuje neznámu, preto tento logaritmus upravíme pomocou vzorca (8), pričom za nový základ vezmeme nejakú konštantu väčšiu ako jedna, napríklad $c = 7$. Nerovnica (18) prejde do ekvivalentného tvaru

$$\frac{\log_7 \frac{4x-5}{|x-2|}}{\log_7(x^2)} > \frac{1}{2}. \tag{19}$$

Nerovnicu (19) budeme riešiť metódou racionalizácie. Najskôr ju upravíme do tvaru $\dfrac{f(a)-f(b)}{g(c)-g(d)} > 0$.

$$\frac{\log_7 \frac{4x-5}{|x-2|}}{\log_7(x^2)} - \frac{1}{2} > 0,$$

$$\frac{2\log_7 \frac{4x-5}{|x-2|} - \log_7(x^2)}{\log_7(x^2)} > 0,$$

$$\frac{\log_7 \left(\frac{4x-5}{|x-2|}\right)^2 - \log_7(x^2)}{\log_7(x^2) - \log_7 1} > 0. \tag{20}$$

Čo platí za predpokladu, že $\dfrac{4x-5}{|x-2|} > 0$.

Potom podľa (1) je nerovnica (20) ekvivalentná s nerovnicou

$$\frac{\frac{(4x-5)^2}{(x-2)^2} - x^2}{x^2 - 1} > 0. \tag{21}$$

Za predpokladu, že $x \neq 1$, $\dfrac{4x-5}{|x-2|} > 0$ a $x^2 > 0$. Nerovnicu (21) upravíme nasledujúcim spôsobom:

$$\frac{(4x-5)^2 - x^2(x-2)^2}{(x-2)^2(x^2-1)} > 0,$$

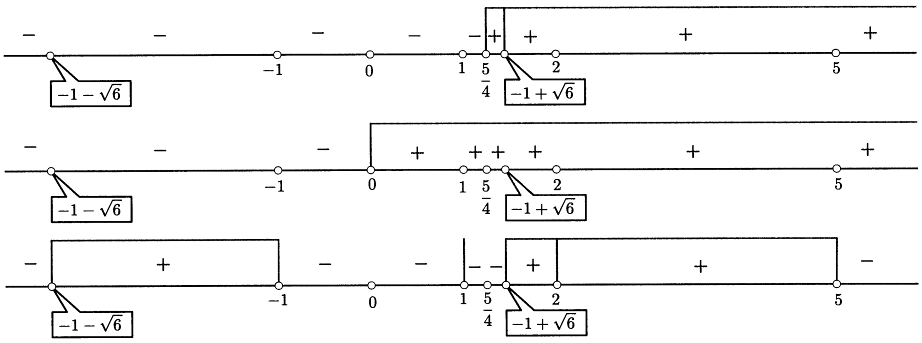
$$\frac{\bigl(4x-5-x(x-2)\bigr)\bigl(4x-5+x(x-2)\bigr)}{(x-2)^2(x^2-1)} > 0,$$

$$\frac{(6x-5-x^2)(x^2+2x-5)}{(x-2)^2(x^2-1)} > 0.$$

Tým sme previedli nerovnicu (18) na nasledujúcu sústavu nerovníc:

$$\begin{cases} \dfrac{4x-5}{|x-2|} > 0, \qquad \Leftrightarrow \qquad (4x-5)(x-2)^2 > 0, \\ x^2 > 0, \\ \dfrac{(6x-5-x^2)(x^2+2x-5)}{(x-2)^2(x^2-1)} > 0. \end{cases} \tag{22}$$

Sústavu racionálnych nerovníc (22) môžeme riešiť podobným spôsobom, ako v predchádzajúcej úlohe.



Obrázok 4.

Odpoveď: Oborom pravdivosti nerovnice (18) je množina

$$P = (-1 + \sqrt{6}; 2) \cup (2; 5).$$

Úloha 5. Riešme nerovnicu (pozri [4])

$$\log_x(x-7) + \log_x(x-1) < \log_x(x^3 - 6x^2 + 14x - 7). \qquad (23)$$

Riešenie. Definičný obor nerovnice (23) je určený sústavou nerovníc:

$$\begin{cases} x > 0, \\ x \neq 1, \\ x - 7 > 0, \\ x - 1 > 0, \\ x^3 - 6x^2 + 14x - 7 > 0, \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x > 7, \\ x^3 - 6x^2 + 14x - 7 > 0. \end{cases} \qquad (24)$$

Nerovnicu $x^3 - 6x^2 + 14x - 7 > 0$ môžeme riešiť samostatne, v súčasnosti sa to však na stredných školách neučí (pozri napr. [1]). Jej oborom pravdivosti je interval (x_0, ∞), kde

$$x_0 = 2 + \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2121} - 45}{18}} - \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2121} + 45}{18}} \approx 0.671\,731\,144\,331\,391\,609\,080\,984.$$

V skutočnosti to k vyriešeniu sústavy (24) nepotrebujeme. K tomu stačí ukázať, že funkcia $f(x) = x^3 - 6x^2 + 14x - 7$ je rastúca. Pretože[5] $f(x) = (x-2)^3 + (2x+1)$,

[5] Pretože $(x-a)^3 = x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - a^3$, číslo a zvolíme tak, aby $3a = 6$, t.j. $a = 2$.

ide o súčet dvoch rastúcich funkcií, teda funkcia f je rastúca. Z toho vyplýva, že pre každé $x > 7$ platí $f(x) > f(7) = 140 > 0$. Preto pre každé $x > 7$ platí $x^3-6x^2+14x-7 > 0$. Tým sme ukázali, že sústava (24) je ekvivalentná s nerovnicou $x > 7$. Teda definičným oborom nerovnice (23) je interval $(7;\infty)$.

Nerovnicu (23) budeme riešiť metódou racionalizácie, podobne ako v predchádzajúcich úlohách. Pre $x > 7$ sú nasledujúce úpravy ekvivalentné:

$$\begin{aligned}\log_x(x-7)+\log_x(x-1)-\log_x(x^3-6x^2+14x-7) &< 0,\\ \log_x\big((x-7)(x-1)\big)-\log_x(x^3-6x^2+14x-7) &< 0,\\ \frac{\log_5(x^2-8x+7)-\log_5(x^3-6x^2+14x-7)}{\log_5 x-\log_5 1} &< 0. \qquad (25)\end{aligned}$$

Potom podľa (1) upravíme nerovnicu (25) do tvaru

$$\begin{aligned}\frac{(x^2-8x+7)-(x^3-6x^2+14x-7)}{x-1} &< 0,\\ \frac{x^3-7x^2+22x-14}{x-1} &> 0.\end{aligned}$$

Za predpokladu, že $x > 7$.

Ďalej postupujeme podobne, ako pri definičnom obore nerovnice (23). Ukážeme, že pre každé $x > 7$ platí $x^3-7x^2+22x-14 > 0$. K tomu stačí ukázať, že funkcia $g(x) = x^3-7x^2+22x-14$ je rastúca. Pretože $g(x) = \left(x-\frac{7}{3}\right)^3 + \left(\frac{17}{3}x-\frac{35}{27}\right)$, ide o súčet dvoch rastúcich funkcií, teda funkcia g je rastúca. Z toho vyplýva, že pre každé $x > 7$ platí $g(x) > g(7) = 140 > 0$. Tým sme ukázali, že nerovnica (23) je ekvivalentná s nerovnicou $x > 7$.

Odpoveď: Oborom pravdivosti nerovnice (23) je interval $I = (7;\infty)$.

Čitateľom, ktorí si chcú prehĺbiť svoje poznatky o riešení nerovníc, odporúčame sériu článkov [8]. Tieto vyšli v roku 2015 v metodickom časopise pre učiteľov matematiky a sú dostupné na internete.

Literatúra – References

[1] Doboš, J.: Poznámka o kubických rovniciach, Obzory matematiky, fyziky a informatiky, 41 (2), 2012, 1–5.

[2] Дорофеев, Г. В.: *Обобщение метода интервалов*, Математика в школе, 1969, №3, 39–44.

[3] Яковлев, И. В.: Уравнения и неравенства, метод рационализации, решение логарифмических неравенств. `https://mathus.ru/math/ratiometod.pdf`

[4] Корянов, А. Г., Прокофьев, А. А.: Готовим к ЕГЭ хорошистов и отличников, Лекции 1 – 4, Москва, Педагогический университет «Первое сентября», 2012.

[5] Lial, M. L., Hornsby, J., McGinnis, T.: Beginning and Intermediate Algebra, Pearson Education, Inc., 2020.

[6] Miller, J., O'Neill, M., Hyde, N.: Intermediate Algebra, McGraw-Hill Companies, Inc., 2018.

[7] Peller, F., Šáner, V., Eliáš, J., Pinda, Ľ.: Matematika krok za krokom na EU, Vydavateľstvo EKONÓM, Bratislava, 2002.

[8] Шестаков, С.: *Решаем неравенства*, Математика. Первое сентября. Методический журнал для учителей математики, 2015, №1 январь, 52 – 60; №2 февраль, 56 – 60; №3 март, 53 – 60; №4 апрель, 53 – 60; №5-6 май–июнь, 54 – 60; №7-8 июль–август, 54 – 59; №9 сентябрь, 54 – 62; №10 октябрь, 56 – 60; №11 ноябрь, 56 – 62.

Poďakovanie: Článok vznikol s podporou grantu VEGA 1/0265/17 *Formatívne hodnotenie vo výučbe prírodných vied, matematiky a informatiky.*

Adresa autora:

Ústav matematických vied, Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, Prírodovedecká fakulta, Jesenná 5, 040 01 Košice, e-mail: `jozef.dobos@upjs.sk`

Jednota slovenských matematikov a fyzikov
Matematický ústav SAV
Ústav informatiky SAV

Adresa redakcie

Matematická a informatická časť
Katedra matematiky PF KU, Hrabovská 1, 034 01 Ružomberok
(e-mail: obzory@ku.sk)

Fyzikálna časť
Katedra fyziky FPV UKF, Trieda A. Hlinku č. 1, 949 74 Nitra
(e-mail: JSMFteleki@gmail.com)

Objednávky a predplatné vybavuje
JSMF (OMFI), Mlynská dolina F1, 842 48 Bratislava
(e-mail: kalina@math.sk)

OBZORY MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
1/2021 ročník 50

Vydala Jednota slovenských matematikov a fyzikov
Vedeckí redaktori: Jozef Doboš, Daniel Kluvanec
Výkonní redaktori: Štefan Tkačik, Aba Teleki
Technická redakcia: Martin Papčo, Mária Hricková, Ivo Kluvanec
Správca www.omfi.ukf.sk: Martin Drlík
Zástupca vydavateľa: Martin Kalina
Všetky príspevky prešli jazykovou úpravou a odbornou recenziou
Náklad: 550 kusov
Periodicita vydávania: štvrťročník
IČO vydavateľa: 00 178 705
Sídlo vydavateľa: Mlynská dolina F1, 842 48 Bratislava
Dátum vydania periodickej tlače: apríl 2021

Distribúciu zabezpečuje LK PERMANENT

Podávanie novinových zásielok povolené
Západoslovenským riaditeľstvom pôšt Bratislava
č.j. 3015/2003-OLB zo dňa 1.10.2003

ISSN 1335-4981 EV 915/08

The Journal "Horizons of Mathematics, Physics and Computer Sciences"
OMFI 1/2021 Volume 50
is reviewed in the database MathEduc published by FIZ Karlsruhe
(http://www.zentralblatt-math.org/matheduc/).

OBSAH

CONTENTS