

OBSOBY

3/2006(35)

MATEMATIKY
FYZIKY a
INFORMATIKY

OBZORY MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY 3/2006 ročník 35

HORIZONS OF MATHEMATICS, PHYSICS AND COMPUTER SCIENCES 3/2006 Volume 35

Časopis pre teóriu a praktické otázky vyučovania matematiky,
fyziky a informatiky na základných a stredných školách

Editors in Chief: Beloslav Riečan (Mathematics and Computer Sciences)
Daniel Klivanec (Physics)

International Editorial Board:

András Ambrus (Hungary)	László Náray (Hungary)
Giuliana Cavagioni (Italy)	Ján Pišťút (Slovak republic)
Waldemar Gorzkowski (Poland)	Adam Ploccki (Poland)
Hans Jordens (Netherlands)	Zdeněk Půlpán (Czech republic)
Marie Kubínová (Czech republic)	Ivo Volf (Czech republic)

Executive Editors: Peter Vrabel (Mathematics and Computer Sciences)
Aba Teleki (Physics)

Editorial Board:

Mathematics and Computer Sciences:

Vojtech Bálint	Ivan Kalaš	Peter Maličský	Dušan Šveda
Jozef Doboš	Ladislav Kvasz	Milan Matejdes	Peter Vrabel

Physics:

Mária Barbierová	Anna Jankovychová	Dalibor Krupa	Juraj Šebesta
Michal Blaško	Árpád Kecskés	Stanislav Ondrejka	Eva Tomanová
Václav Havel	Václav Koubek	Anna Pribišová	Ivo Volf

Reviewers:

Mathematics and Computer Sciences:

Jozef Doboš	Peter Maličský	Daniel Palumbíny	Štefan Solčan
Ivan Kalaš	Milan Matejdes	Beloslav Riečan	Peter Vrabel

Physics:

Árpád Kecskés	Daniel Klivanec	Ladislav Morvay	Juraj Šebesta
Ján Klíma	Miroslav Kolesík	Mária Rakovská	Aba Teleki

Iracionálne rovnice a nerovnice. Je postup korektný?

Jozef Doboš

Abstract: This paper is devoted to radical equations and inequations. By comparison of two similar equations/inequations we answer the question: Is the method correct?

Takmer každý učiteľ sa už stretol s nekorektnými riešeniami úloh, v ktorých bol správny výsledok. V takomto prípade je vhodné ukázať študentom analogickú úlohu, pri ktorej tento nekorektný postup zlyháva. Peknú ukážku takejto dvojice úloh možno nájsť v článku [1]. Uvedieme trochu upravenú verziu.

Pôvodná úloha:

$$\begin{aligned} & \sqrt{x-1} > x \\ & \Updownarrow \\ & \begin{cases} x-1 > x^2 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \\ & \Updownarrow \\ & x \in \emptyset \end{aligned}$$

Nová úloha:

$$\begin{aligned} & \sqrt{x+1} > x \\ & \Updownarrow \\ & \begin{cases} x+1 > x^2 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \\ & \Updownarrow \\ & \frac{1-\sqrt{5}}{2} < x < \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

Oborom pravdivosti nerovnice $\sqrt{x-1} > x$ je naozaj prázdna množina. Môžeme sa o tom presvedčiť na obrázku 1.

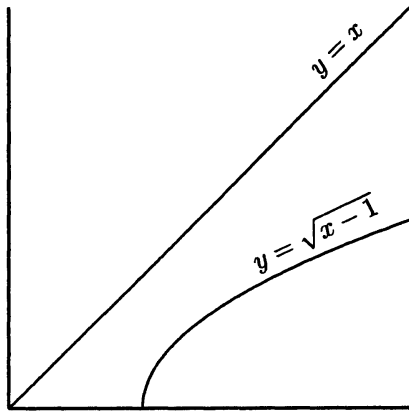
Naproti tomu, oborom pravdivosti nerovnice $\sqrt{x+1} > x$ je interval

$$\left\langle -1, \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right\rangle.$$

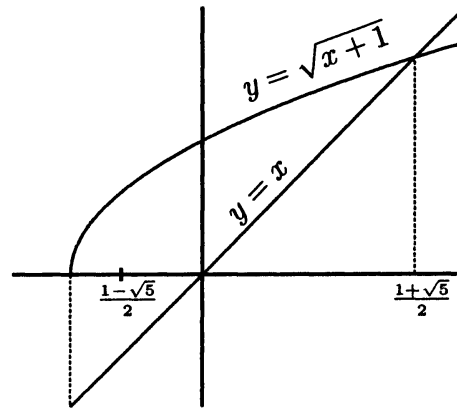
Môžeme sa o tom presvedčiť na obrázku 2.

Uvedený nekorektný spôsob riešenia môžeme schematicky zapísať nasledujúcim spôsobom:

$$\begin{aligned} & \sqrt{A(x)} > B(x) \\ & \Updownarrow \\ & \begin{cases} A(x) > [B(x)]^2, \\ A(x) \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$



Obr. 1



Obr. 2

Pre úplnosť si pripomeňme korektný spôsob:

$$\begin{aligned} \sqrt{A(x)} &> B(x) \\ \Leftrightarrow & \\ \begin{cases} A(x) > [B(x)]^2, \\ B(x) \geq 0 \end{cases} & \vee \begin{cases} B(x) < 0, \\ A(x) \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Kritickému pohľadu na riešenie iracionálnych nerovniíc pomocou takýchto pravidiel je venovaná práca [4].

Na internete (pozri [2]) sú dostupné ukážky hodnotenia písomnej zložky internej časti generálnej skúšky NKMS 2004 z matematiky¹. Pozrime sa bližšie na jednu z nich.

Úloha 1.

Riešte rovnicu $\sqrt{x^2 + 3x + 6} = 3 - \sqrt{x^2 + 7x + 11}$.

Ukážka č. 7.

$$x^2 + 7x + 11 \geq 0, \quad x_{1,2} = \begin{cases} -4.6 \\ -2.4 \end{cases}$$

$$x^2 + 3x + 6 = 9 - 6\sqrt{x^2 + 7x + 11} + x^2 + 7x + 11,$$

$$x \in (-\infty; -4.6) \cup (-2.4; \infty)$$

$$6\sqrt{x^2 + 7x + 11} = 4x + 14 \quad |^2$$

$$36x^2 + 252x + 396 = 16x^2 + 112x + 196$$

$$20x^2 + 140x + 200 = 0,$$

$$x \in (-2.4; \infty)$$

¹Nová koncepcia maturitnej skúšky.

$$x^2 + 7x + 10 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-7 \pm 3}{2} = \begin{cases} -2 \\ -5 \end{cases} \text{ nevyhovuje}$$

$$x \in \{-2\}$$

Toto riešenie, v ktorom bola použitá dôsledková úprava, získalo plný počet bodov. Body boli pridelené aj za skúšku správnosti, hoci v skutočnosti nebola urobená. Citujem z materiálu [2]: „V tomto mieste sme prideliť body ako za výpočet koreňov, tak aj za skúšku správnosti pre obidva vypočítané korene (žiak priebežne zistoval, v akom intervale musí hľadaný koreň ležať).“ Pritom podľa vzdelávacieho štandardu z matematiky (pozri [3]) pri dôsledkovej úprave musí byť skúška súčasťou riešenia. Pretože výsledok je správny, nekorektnosť použitého postupu budeme ilustrovať na novej úlohe:

Nová úloha.

Riešte rovnicu $\sqrt{x^2 - 2x + 12} = 3 - \sqrt{x^2 + 7x + 12}$.

Ukážeme, že nekorektný postup z predchádzajúcej ukážky zlyhá.

$$x^2 + 7x + 12 \geq 0,$$

$$x_{1,2} = \begin{cases} -4 \\ -3 \end{cases}$$

$$x^2 - 2x + 12 = 9 - 6\sqrt{x^2 + 7x + 12} + x^2 + 7x + 12, \quad x \in (-\infty; -4) \cup (-3; \infty)$$

$$6\sqrt{x^2 + 7x + 12} = 9x + 9 \quad |^2$$

$$36x^2 + 252x + 432 = 81x^2 + 162x + 81$$

$$45x^2 - 90x - 351 = 0,$$

$$x \in (-1; \infty)$$

$$5x^2 - 10x - 39 = 0$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \frac{2}{5}\sqrt{55} = \begin{cases} 3.966 \\ -1.966 \end{cases} \text{ nevyhovuje}$$

$$x \in \left\{ 1 + \frac{2}{5}\sqrt{55} \right\}$$

V skutočnosti daná rovnica reálne korene nemá.

Naozaj, pre $x = 1 + \frac{2}{5}\sqrt{55} > 0$ platí:

$$3 - \underbrace{\sqrt{x^2 + 7x + 12}}_{>0} = 3 - \underbrace{\sqrt{x^2 + 7x + 12}}_{>12} < 0.$$

Literatúra

- [1] Рыжик, В. И.: *Формирование потребности в самоконтроле при обучении математике* Математика в школе, №3 1980, 26–30.
- [2] <http://www.statpedu.sk/Maturita/GS2004/1UkazkyHodnotenia.doc>
- [3] <http://www.minedu.sk/RS/VVSS/VZST/GYM/vzstg.htm>
- [4] Bagni, G. T. *Irrational inequations: learning and didactical contract*, Gagatsis, A. & Rogers, L. (Eds.), *Didactics and History of Mathematics*, Thessaloniki, 1996, 133–140, <http://www.syllogismos.it/education/Irrational.pdf>

Adresa autora: Katedra aplikovanej matematiky SJF TU, Letná 9, Košice

e-mail: Jozef.Dobos@tuke.sk

Jednota slovenských matematikov a fyzikov
Matematický ústav SAV
Fakulta prírodných vied Univerzity Konštantína Filozofa

Adresa redakcie

Matematická a infromatická časť

Katedra matematiky FPV UKF, Tr. A. Hlinku 1, 949 74 Nitra
(e-mail: pvrabel@ukf.sk)

Fyzikálna časť

Katedra fyziky, FPV UKF, Tr. A. Hlinku 1, 949 74 Nitra
(e-mail: ateleki@ukf.sk)

Objednávky a predplatné vybavuje

Redakcia OMFI, FPV UKF, Tr. A. Hlinku 1, 949 74 Nitra

OBZORY MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY **3/2006 ročník 35**

Vydala Jednota slovenských matematikov a fyzikov v spolupráci
s vydavateľstvom PROTONIT s.r.o. s finančným príspevím
Ministerstva školstva Slovenskej republiky
Vedeckí redaktori: Beloslav Riečan, Daniel Klivanec
Výkonní redaktori: Peter Vrábel, Aba Teleki
Technická a grafická úprava: Mária Benešová, Vladimír Kutnár
Všetky príspevky prešli odbornou recenziou

Podávanie novinových zásielok povolené
Západoslovenským riaditeľstvom pôšt Bratislava
č.j. 3015/2003-OLB zo dňa 1.10.2003

ISSN 1335-4981

OBSAH

Jozef Doboš : Iracionálne rovnice a nerovnice. Je postup korektný?.....	1
Ešte raz o l'Hospitalovom pravidle (Erratum)	4
Dušan Vallo : Poznámka o pomere hyperobjemov simplexov afinného priestoru A_n	5
Matematické nástroje (Rubriku vedie Peter Vrábel)	17
Igor Medved' and Dale A. Huckaby : A Statistical Mechanical Theory of First-order Phase Transitions on Crystalline Electrodes	21
Boris Lacsny : Loedelove diagramy v špeciálnej teórii relativity.....	25
Vladimír Kováč : Polytropické rozpínanie ideálneho plynu podľa kinetickej teórie	32
Vladimír Kováč, Igor Štubňa : Termodynamika piestového parného stroja	36
Peter Horváth : Samostatné poznávanie na príklade matematického kyvadla	43
Texty úloh 1. kola 48. ročníka fyzikálnej olympiády (šk.r. 2006 – 2007), kategórie E, F a G	50
INFORMÁCIE	
37. Medzinárodná fyzikálna olympiáda, (Singapur, 8.7. – 17. 7. 2006)	58
JUBILEUM	
Nad'a Stehlíková, Darina Jirotková : Pojednání o vědeckém výzkumu prof. M. Hejného u příležitosti jeho 70. narozenin	64
RECENZIA	
Daniel Klivanec, Igor Medved': Štatistická fyzika v príkladoch a úlohách (Aba Teleki)	69
Peter Vrábel: Cesta do hlbín matematikovej duše (Beloslav Riečan).....	71

FROM CONTENTS

Jozef Doboš: Irrational Equations and Inequations. Is the Method Correct?	1
Once again on l'Hospital Rule (Erratum).....	4
Dušan Vallo: Note about the Ratio Hypervolume of Simplexes in the Affine Space A_n	5
Mathematical Tools (Guide by Peter Vrábel).....	17
Boris Lacsny: Loedel's Diagrams in Special Theory of Relativity	25
Vladimír Kováč: Polytrophic Expansion of the Ordinary Gas by the Kinetic Theory	32
Vladimír Kováč, Igor Štubňa: Thermodynamics of the Steam Engine.....	36
Peter Horváth: Individual Getting to Know on the Example of the Mathematical Pendulum	43
Texts of the Problems of the 1 st Cycle of the 48 th Year Physical Olympiad (School Year 2006–2007) Category E, F & G.....	50
INFORMATION	
37 th International Physics Olympiad, Singapore, 8. 7. – 17. 7. 2006)	58
JUBILEE	
Nad'a Stehlíková, Darina Jirotková: About the Scientific Work of prof. M. Hejny in the Event of his 70 th – anniversary	64
REVIEW	
Daniel Klivanec, Igor Medved': Statistical Physics in the Examples and Tasks	69
Peter Vrábel: The Journey to the Depth of the Mathematician's Soul	71